MATEMÁTICA

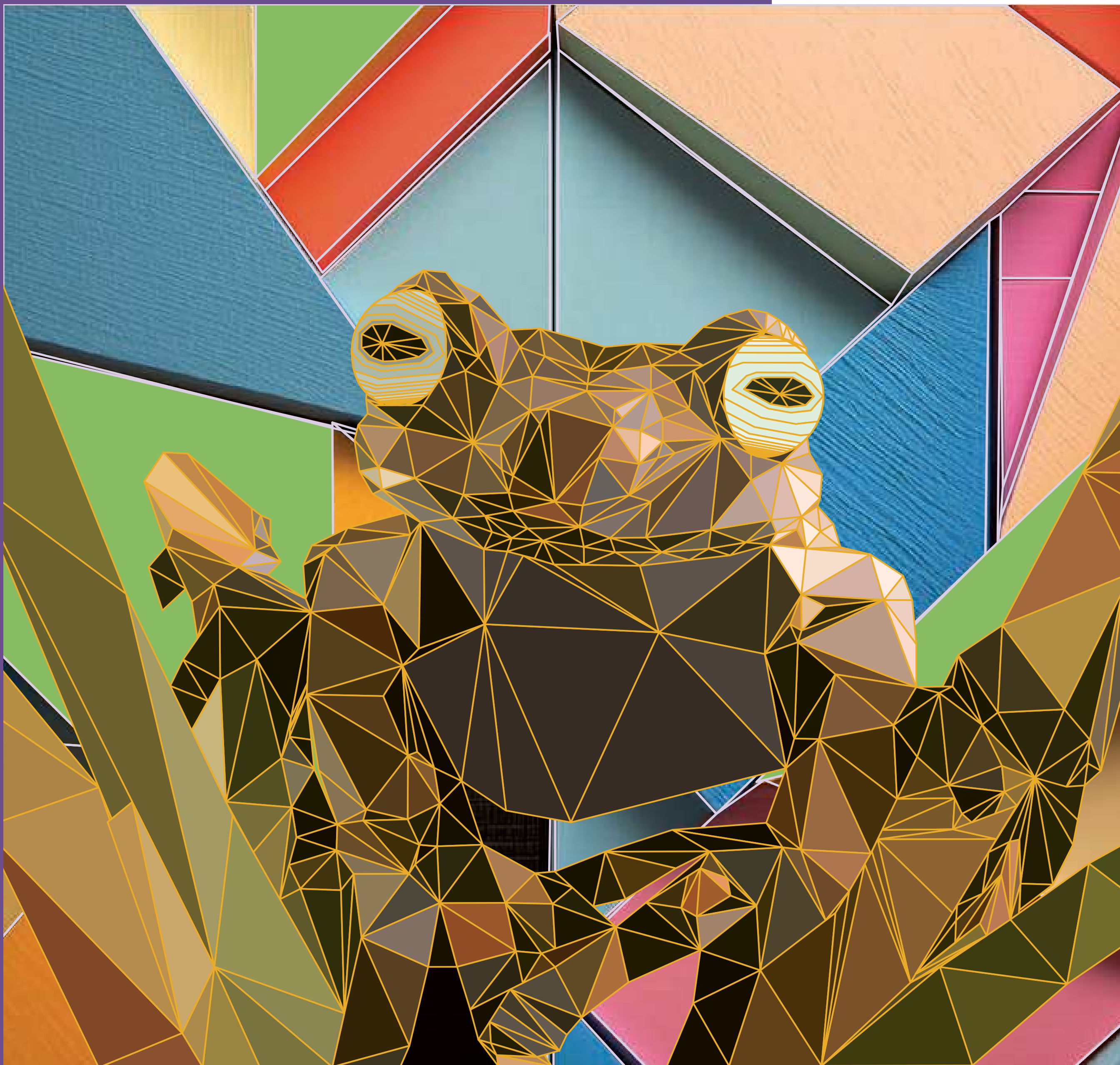
Educación General Básica - Subnivel Superior

9

Noveno de Básica

Ministerio de Educación

REPÚBLICA
DEL ECUADOR



https://n9.cl/4xn58

MATEMÁTICA

9.° EGB

Texto del estudiante para la transición curricular.

Equipo técnico Mineduc
Carlos Alfonso Hernández Hidalgo
Edgar Patricio Freire Caicedo
Enoc Felipe Quishpe Guano
Jonathan Esteban Castro Terán
Jorge Ricardo Amancha Gabela
Klever Patricio Espín Chicaiza
Kleber Patricio Pérez Silva
Sylvia Virginia Freile Montero

Lineamientos gráficos
Adrian Alexander Guijarro Ochoa
Juan Diego De Nicolais Manrique

Diseño y diagramación
Estudios y Construcciones Uleam-Ep
Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí

Primera edición 2024

ISBN
978-9942-662-25-5

Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa
Quito-Ecuador
www.educacion.gob.ec

Ministerio de Educación

REPÚBLICA
DEL ECUADOR

ÍNDICE

Sección 1

Sección 2

Sección 3

Sección 4

¿Qué es el texto escolar?

Es un material didáctico para que lo uses durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

¿Cómo se organiza?

Está organizado por secciones que agrupan temas con lecturas, actividades y desafíos para lograr aprendizajes significativos. Además, encontrarás datos curiosos y recomendaciones para tu aprendizaje.

¿Qué voy a aprender?

Conocimientos, habilidades y actitudes útiles para continuar con mi proyecto de vida.

¿Cómo lo voy a aprender?

A través del desarrollo de actividades que me permitan implementar todo lo aprendido de manera práctica y así evidenciar su importancia en la vida cotidiana.

SECCIÓN 1

Objetivos:

O.M.4.3. Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.

O.M.4.5. Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país.

O.M.4.6. Aplicar las conversiones de unidades de medida del SI y de otros sistemas en la resolución de problemas que involucren perímetro y área de figuras planas, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, así como diferentes situaciones cotidianas que impliquen medición, comparación, cálculo y equivalencia entre unidades.

O.M.4.7. Representar, analizar e interpretar datos estadísticos y situaciones probabilísticas con el uso de las TIC, para conocer y comprender mejor el entorno social y económico, con pensamiento crítico y reflexivo.

Temas:

1. Triángulos rectángulos.
2. Ecuaciones de primer grado.
3. Números Racionales.
4. Lenguaje numérico y algebraico.
5. Notación científica.
6. Función lineal.
7. Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.
8. Proporciones matemáticas.
9. Conectores lógicos.
10. Leyes de conjuntos.
11. Congruencia de triángulos.
12. Puntos y líneas notables de triángulos.
13. Perímetros y áreas de triángulos.
14. Teorema de Pitágoras.
15. Volumen de cuerpos geométricos regulares.
16. Variables cualitativas y cuantitativas.
17. Medidas de tendencia central.
18. Probabilidades.

Criterios de evaluación:

CE.M.4.2. Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas de las operaciones en R y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones, ecuaciones y sistemas de inecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la notación y la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.

CE.M.4.3. Define funciones elementales (función real, función cuadrática), reconoce sus representaciones, propiedades y fórmulas algebraicas, analiza la importancia de ejes, unidades, dominio y escalas, y resuelve problemas que pueden ser modelados a través de funciones elementales; propone y resuelve problemas que requieran el planteamiento de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y ecuaciones de segundo grado; juzga la necesidad del uso de la tecnología.

CE.M.4.4. Valora la importancia de la teoría de conjuntos para definir conceptos e interpretar propiedades; aplica las leyes de la lógica proposicional en la solución de problemas y la elaboración de argumentos lógicos.

CE.M.4.5. Emplea la congruencia, semejanza, simetría y las características sobre las rectas y puntos notables, en la construcción de figuras; aplica los conceptos de semejanza para solucionar problemas de perímetros y áreas de figuras, considerando como paso previo el cálculo de longitudes. Explica los procesos de solución de problemas utilizando como argumento criterios de semejanza, congruencia y las propiedades y elementos de triángulos. Expresa con claridad los procesos seguidos y los razonamientos empleados.

CE.M.4.6. Utiliza estrategias de descomposición en triángulos en el cálculo de áreas de figuras compuestas, y en el cálculo de cuerpos compuestos; aplica el teorema de Pitágoras y las relaciones trigonométricas para el cálculo de longitudes desconocidas de elementos de polígonos o cuerpos geométricos, como requerimiento previo a calcular áreas de polígonos regulares, y áreas y volúmenes de cuerpos, en contextos geométricos o en situaciones reales. Valora el trabajo en equipo con una actitud flexible, abierta y crítica.

CE.M.4.7. Representa gráficamente información estadística, mediante tablas de distribución de frecuencias y con el uso de la tecnología. Interpreta y codifica información a través de gráficas. Valora la claridad, el orden y la honestidad en el tratamiento y presentación de datos. Promueve el trabajo colaborativo en el análisis crítico de la información recibida de los medios de comunicación.

Al fin de la sección habré aprendido: Resolución de sistemas de ecuaciones, Funciones lineales, lógica matemática, leyes de conjuntos, características de los triángulos y elementos de estadística.

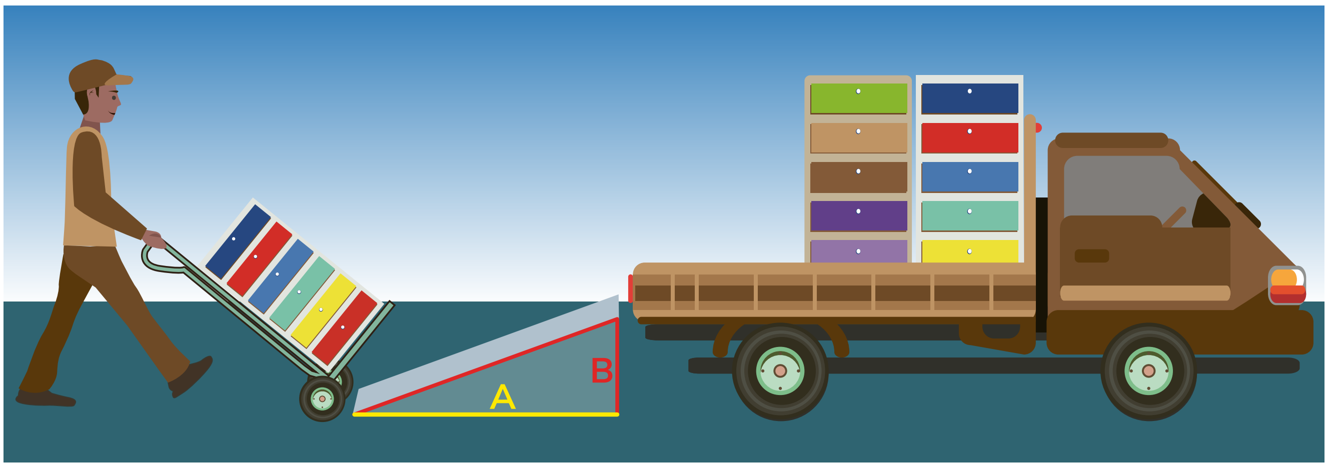
Tema 1. # Resolución de triángulos rectángulos

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Cómo reconoces un triángulo rectángulo y menciona dos ejemplos con objetos de tu entorno?.

1. Leo atentamente el siguiente planteamiento.

Alberto es trabajador de una compañía que presta el servicio de encomiendas. Para subir los paquetes a la camioneta dispone de una rampa inclinada por la que sube la carga. Alberto quiso saber la longitud de la rampa desde el suelo hasta el borde del cajón de la camioneta, para tratar de acortar la distancia y hacer su trabajo más rápido. Si la distancia A, como se muestra en la figura es de 2 metros y la altura B es de 1,5 m, ¿qué longitud tiene la rampa?



https://n9.cl/587ztq

Para resolver el problema, **aplico** el teorema de Pitágoras respecto a triángulos rectángulos:

$$C = \sqrt{a^2+b^2}$$

Teorema de Pitágoras: "En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos".

$$C = \sqrt{2^2 + (1,5)^2}; \qquad C = \sqrt{4+2,25}; \qquad C = \sqrt{6,25}$$

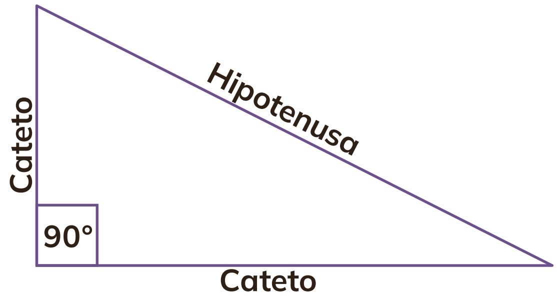
C = 2,5 m. La longitud de la rampa es de 2,5

Que expresado matemáticamente responde a la siguiente fórmula: c2 = a2 + b2 en donde c es la hipotenusa, a es el cateto mayor y b es el cateto menor.

RETO

2. Realizo la siguiente actividad.

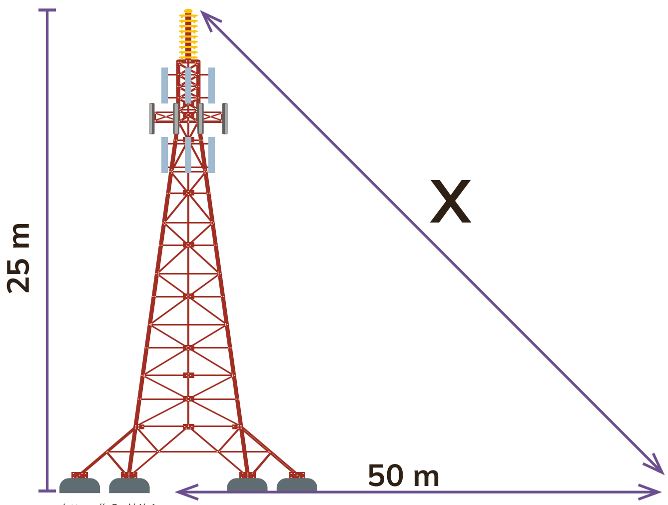
El siguiente triángulo rectángulo tiene estas medidas: hipotenusa = 5 cm; cateto mayor = 4 cm; cateto menor = 3 cm. Calculo el área del cuadrado que se encuentra sobre cada uno de los lados del triángulo. Con los valores de los lados del triángulo aplico la fórmula pitagórica y deduzco que $c2 = a^2 + b^2$



https://n9.cl/98ov2

3. Resuelvo el siguiente problema.

Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 25 m de altura hasta un punto situado a 50 m de la base de la torre. ¿Cuánto debe medir el cable?



https://n9.cl/4k1gq

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

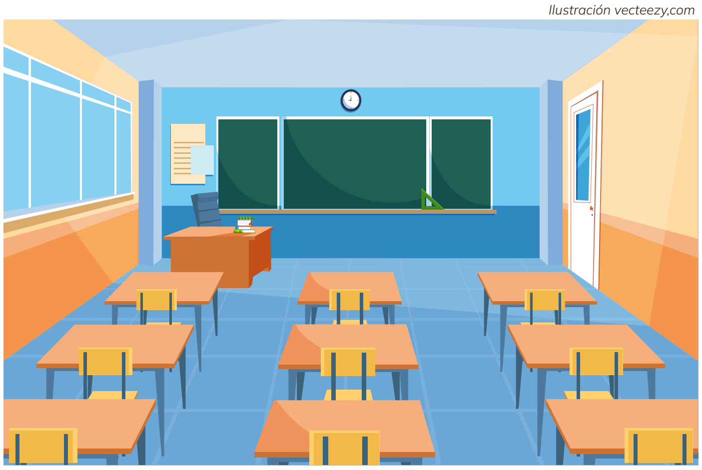
Tema 2. Ecuaciones simples

***Respondo** la siguiente pregunta.*

*¿Una fórmula geométrica puede ser considerada una ecuación?. **Justifico** mi respuesta.*

1. Leo con atención el siguiente problema.

Ilustración vecteezy.com



El profesor de matemáticas de noveno pidió que averigüemos el número de sillas y mesas del salón de uso múltiple, dándonos las siguientes condiciones: el número de sillas es el doble más 4 del de mesas. Si sabemos que en el salón hay 64 muebles entre sillas y mesas, ¿cuántas sillas y mesas hay? Para saber el número de sillas y mesas con las condiciones establecidas, debo plantear y resolver una **ecuación simple**.

- Número de mesas = **X**
- Número de sillas = **2x + 4**

Si en total hay 64 muebles, debemos sumar el número de mesas con el de sillas.

$$x + 2x + 4 = 64$$
$$3x = 60$$
$$x = 20$$

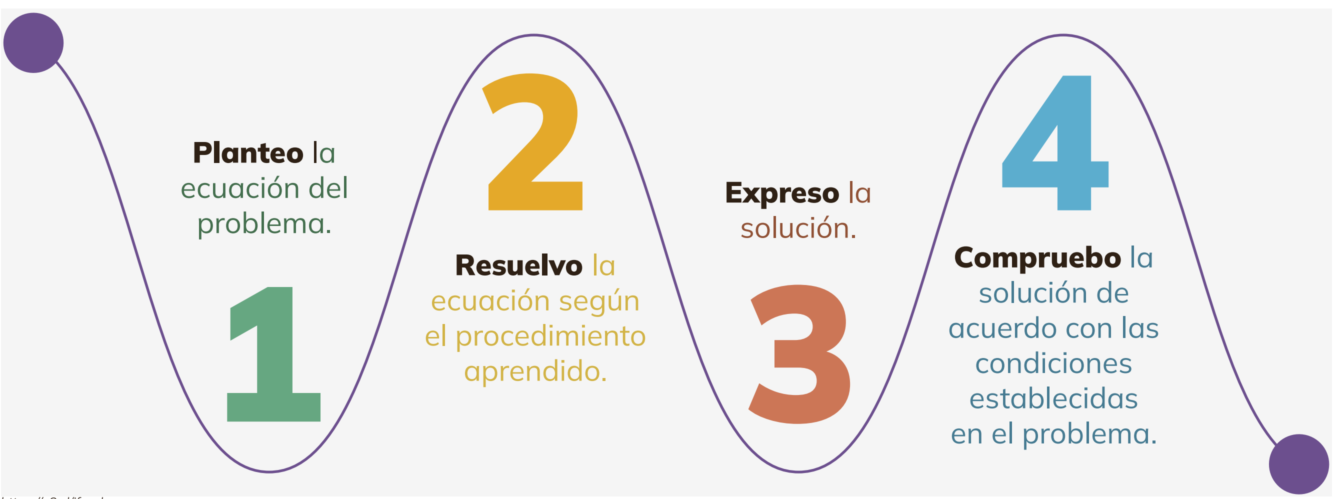
Por lo tanto, x=20, que es el número de mesas.
Para calcular el número de sillas reemplazos en la función 2x + 4

$$2(20) + 4 = 44$$

Por lo tanto: 44 sillas más 20 mesas = **64 muebles.**

2. Interiorizo los pasos para resolver problemas de ecuaciones simples.

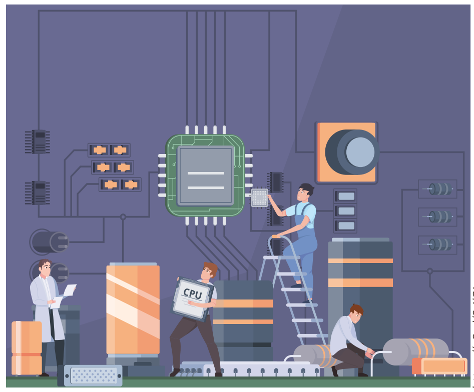
Comprendo el problema, **identifico** la incógnita y **asigno** la variable al primer objeto y **expreso** el otro objeto en lenguaje algebraico.



https://n9.cl/ifuod

RETO

3. **Leo** detenidamente la siguiente situación y **respondo** las preguntas.



https://n9.cl/04l3jz

La empresa de producción electrónica “Rayos gamma” en 3 años logró ganar 40000 dólares. El segundo año ganó el triple de lo que había ganado en el primer año y en el tercer año ganó lo mismo que en el primer año más 3 000. ¿Cuánto ganó la empresa en cada año?. **Respondo.**

a) ¿Cuál es la situación o lenguaje algebraico que se plantea por cada año de ganancia?

- Primer año: ....
- Segundo año: ....
- Tercer año: ....

https://n9.cl/ifuod

b) **Planteo** la ecuación.

c) **Resuelvo** la ecuación.

d) **Experoso** la solución para x.

e) **Conpruebo** de acuerdo con las condiciones establecidas.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 3. Números racionales

***Respondo** la siguiente pregunta.*

*¿Los números decimales pueden ser considerados como números racionales?. **Justifico** mi respuesta.*

¿Es lo mismo?

https://n9.cl/tzovxn

Isabel compró $\frac{51}{2}$ kg de arroz; por cada kg tenía que pagar 0,6 dólares. El tendero le dijo que le haría un descuento en cada kilogramo y una vez reducido a decimales realizarían el cálculo total respectivo. ¿Qué valor tendrá que pagar Isabel en total?.

Para saber cuánto tiene que pagar Isabel por la cantidad de arroz debo multiplicar los $5\frac{1}{2}$ kg por 0,6 dólares, pero debo transformar el número racional a decimal.

Al reducir el racional $5\frac{1}{2}$ a decimal se tiene 5,5. Si por cada kilogramo paga 0,6 dólares, por 5,5 kilogramos pagará: 0.6 * 5.5 = 3.3. Isabel tendrá que pagar 3,3 dólares.

Tipo de números decimales

Exacto	Un número **decimal exacto** tiene un número finito de cifras.	Ejemplo	$\frac{3}{10} = 0,3$
Periódico	Un número **decimal periódico** puro es aquel en donde la parte decimal es un número que se repite indefinidamente.	Ejemplo	$\frac{2}{3} = 0,666...$
Mixto	Un número **decimal periódico mixto** es aquel en que la parte decimal consta de un número seguido de otro número que se repite indefinidamente.	Ejemplo	$\frac{206}{225} = 0,91555...$

https://n9.cl/tzovxn

¿Sabías qué?

Recuerda que para obtener números decimales se divide el numerador entre el denominador hasta que después del entero se repita en el cociente indefinidamente una cifra o un grupo de cifras. Por ejemplo: $\frac{50}{7} = 7{,}142.$

2. Expreso cada fracción como número decimal.

Fracción	$6\frac{3}{10}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
Número decimal			

https://h9.cl/namsg

3. Relaciono con líneas las fracciones equivalentes.

0,(285714)285714...	0,1(6)6	0,(3)33...	0,275	0,00(90)90...	0,375
$\frac{11}{40}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{110}$

https://h9.cl/8bves7

4. Marco con una equis (x) las fracciones que representan números decimales periódicos.

$\frac{3000}{4500}$	$\frac{16}{46}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{140}{420}$	$\frac{13}{121}$	$\frac{36}{108}$

https://h9.cl/6ribjr

5. Ahora que ya conozco la clasificación de los números decimales, **resuelvo** el ejercicio (no como fracción sino como decimal).

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$$

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Por cada letra un número

1. Leo con atención.

El profesor de matemáticas de noveno grado utiliza una fórmula para calcular el promedio final de los estudiantes.

$$0{,}8\,\frac{a + b + 2c}{4} + 0{,}2\,\frac{m + n}{2}$$

Donde.

- **a** y **b** corresponden a las notas de los dos parciales (sobre 10).
- **c** es la nota del examen final (sobre 10).
- **m** es la nota del proyecto (sobre 10).
- **n** es la nota de los deberes (sobre 10).

El estudiante Pablo Vinueza obtuvo las siguientes notas.

- Primer parcial: **7**
- Segundo parcial: **7,8**
- Examen final: **6**
- Proyecto: **8**
- Deberes: **8,2**

Para obtener el promedio final debo reemplazar en la fórmula las calificaciones obtenidas por Pablo.

$$0{,}8\,\frac{7 + 7{,}8 + 2(6)}{4} + 0{,}2\,\frac{8 + 8{,}2}{2}$$

$$0{,}8\,\frac{14{,}8 + 12}{4} + 0{,}2\,\frac{16{,}2}{2}$$

$$0{,}8\,\frac{26{,}8}{4} + 0{,}2\,\frac{16{,}2}{2}$$

$$(0{,}8 * 6{,}7) + (0{,}2 * 8{,}1)$$

$$5{,}36 + 1{,}62 = \mathbf{6{,}98}$$

https://h9.cl/36e1y

El promedio final de Pablo Vinueza es de **6,98 / 10**

Ilustración vecteezy.com

RETO

Las pirámides de Egipto constituyen uno de los legados más emblemáticos reconocidos a nivel mundial. Fueron construidas como criptas reales para los faraones. Una de ellas, la pirámide de Keops es la que tiene el mayor volumen.

https://n9.cl/y28o7

El volumen de la pirámide se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$V = \frac{1}{3} h \times B$$

Las variables son h y B. En cambio, V constituye el valor numérico.

- **Completo** la tabla.

En base al ejemplo anterior calculo el valor numérico en las siguientes fórmulas, aplicando en cada caso los valores asignados para las variables (letras) respectivas.

Fórmulas	Datos	Valor númerico
$V = \frac{1}{3} h \times B$	h = 146, 60 m B = 53049, 454 m^2	
$A = h\frac{B + b}{2}$	h = 45 m B = 100 m b = 60 m	
$C = \sqrt{(a^2 + b^2)}$	a = 4 b = 3	

https://n9.cl/yz18d

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 4.

Lenguaje numérico y algebraico

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿En que casos se deben remplazar letras por números?

1. Leo atentamente la siguiente situación.

Pedro quiere hacerle creer a Carlos que puede leer los pensamientos, para ello le pide que piense un número y después que realice mentalmente varias operaciones. Finalmente, Pedro le dice el resultado.

En el siguiente cuadro **observo** paso a paso el procedimiento que utiliza Pedro para leer la mente de Carlos.

Pedro dice	Pedro piesa	Carlos piensa
Piensa un número.	X	3
Multiplícalo por.	2x	3 * 2 o sea 6
Añade 5 al resultado.	2x + 5	6 + 5 osea 11
Multiplícalo lo que has obtenido por 5.	(2x + 5) * 5, osea 10x + 25	11 x 5 = 55
Añade 10 al resultado.	10x + 25 +10, osea 10x + 35	55 + 10 = 65
Multiplica el resultado por 10.	(10 x + 25) * 10, osea 100x + 350	65 * 10 = 65
Dime el resultado que sale y ¡Adivinare el número inicial!	Para dar solución se resta 350 y se divide lo que nos queda para 100.	100x = 650 - 350 $x = \frac{300}{100} = 3$

https://n9.cl/dmrdbi

¿Cómo adivinó?

¿Cómo supo Pedro el número? Las letras empleadas por Pedro le ayudaron a representar las cantidades conocidas y desconocidas. En cambio, los números que empleó Carlos le ayudaron para representar cantidades conocidas y determinadas.

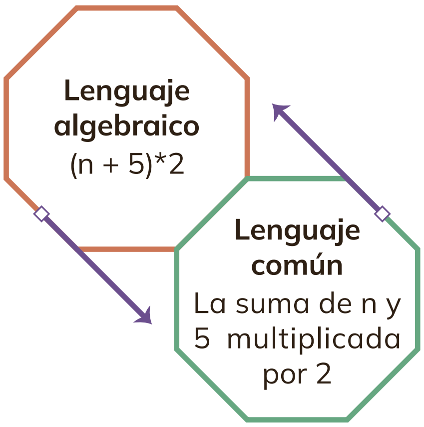
Lo que hizo Pedro es utilizar una variable X para representar el número escogido por Carlos.

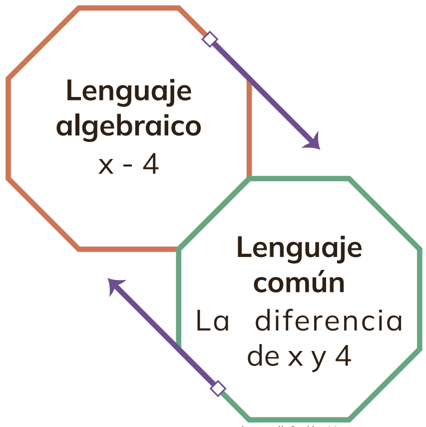
Lo que Pedro “dice” toma el nombre de lenguaje común y en las expresiones que Pedro “piensa” se traduce a lenguaje algebraico, es decir operaciones con números y letras.

RETO

En el lenguaje numérico se utilizan solamente números.
En el lenguaje algebraico se utilizan números y letras.

2. Observo estos ejemplos.





https://n9.cl/ugj1ao

3. Traduzco a lenguaje algebraico, **utilizo** cualquier letra del alfabeto.

Lenguaje común	La semi suma de dos números	El triple de la diferencia de dos números
Lenguaje algebraico		

https://n9.cl/izl74

4. Traduzco a lenguaje común.

Lenguaje algebraico	(a + b) * (a - b)	13 > (y - 5)
Lenguaje común		

https://n9.cl/izl74

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 5. # Notación Científica

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Porqué a la representación números en forma de exponentes se le conoce como notación científica?

Potencio mis habilidades científicas

El profesor de matemáticas nos enseñó que cuando en la pantalla de la calculadora no alcanzan las cifras o sale “ERROR”, es fácil escribir la cantidad en notación exponencial o científica utilizando la tecla EXP que introduce el exponente entero de 10. Por ejemplo para introducir 5,654 x 1012 debemos teclear.

5	.	6	5	4	EXP	1	2

5.654^{12}

Y para introducir 4,53 x 10^{-11}

4	.	5	3	EXP	(-)	1	1

4.53^{-11}

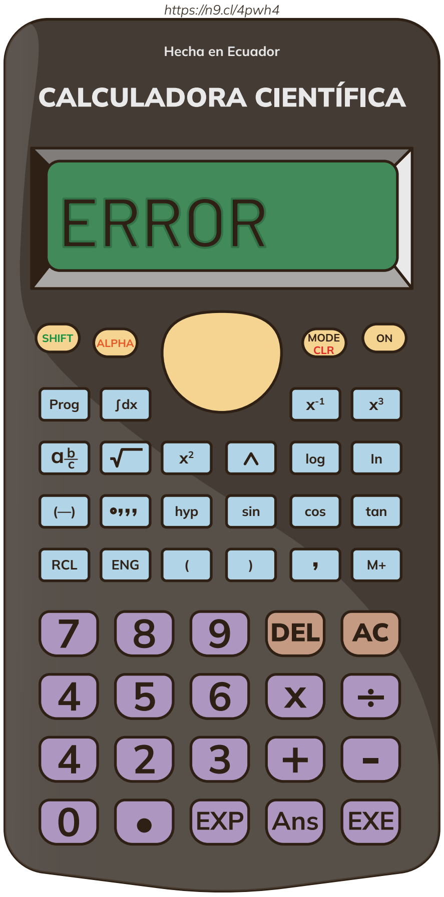
Al introducir 0,00000823 en la calculadora y tecleo el signo igual, el resultado que obtengo automáticamente sale expresado en notación científica. Así.

0	.	0	0	0	0	0	8	2	3	=

8.23×10^{-6}

https://n9.cl/iegto

https://n9.cl/4pwh4



La expresión de un número en notación científica consiste en representarlo como un número entero o uno decimal con una sola cifra entera (del 1 al 9) multiplicado por una sola potencia de 10 positiva o negativa.

ACTIVIDADES

Efectúo la siguiente operación en la calculadora: (4,56 x 10^{12}) (5,1 x 10^{-3})

RETO

Observo la forma de efectuar operaciones de notación científica sin utilizar la calculadora.

a) ($3{,}61 \times 10^{-6}$)($1{,}27 \times 10^{-8}$). Para multiplicar (o dividir) números expresados en notación científica.

1 **Multiplico** los números que preceden a las potencias de 10, o sea: $3{,}61 \times 1{,}27 = 4{,}88$.

2 **Multiplico** las potencias de 10, o sea: $10^{-6} \times 10^{-8} = 10^{-6+(-8)} = 10^{-14}$

3 **Escribo** el producto expresado en notación científica: $4{,}88 \times 10^{-14}$

https://n9.cl/fh3p2k

b) $8{,}43 \times 10^{7} + 6{,}24 \times 10^{6}$. Para sumar (o restar) números expresados en notación científica, el exponente de la potencia de 10 debe ser la misma en todos los sumandos.

1 $8{,}43 \times 10^{6} \times 10^{1} + 6{,}24 \times 10^{6}$ (se descomponen en potencias de 106).

2 $(8{,}43 \times 10^{1} + 6{,}24)10^{6} = (84{,}3 + 6{,}24)10^{6}$ (saco el factor común).

3 $90{,}54 \times 10^{6} = 9{,}054 \times 10^{7}$ que es la solución.

https://n9.cl/u7ah7

ACTIVIDADES

En base a los ejemplos anteriores y sin uso de la calculadora, **practico**: ($4{,}72 \times 10^{-4}$)($2{,}87 \times 10^{3}$)

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 6. **Resolución de problemas con ecuaciones simples**

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Explique cuándo o tiene solución una ecuación de primer grado?

Juego de incógnitas

Cuando le pregunté a mi papá qué edad tiene me dijo: tengo el doble de la de tu tío menor y si sumas las dos edades obtienes 69 años. Ahora si puedes decirme ¿qué edad tengo?

Para saber la edad de mi papá escribo los datos.

Edad de mi tío	Edad de mi papá	Suma de las dos edades
x	2x	x + 2x = 69

$$x + 2x = 69$$
$$3x = 69$$
$$x = \frac{69}{3}$$
$$x = 23$$

La edad de mi tío es de 23 años.

La edad de mi papá es el doble de la de mi tío, ósea 2 x 23 = 46.

La edad de mi papá es 46 años.

https://n9.cl/cwr47l

Resolver una ecuación consiste en encontrar el valor de una variable llamada incógnita para que se cumpla una igualdad.

En general para resolver problemas sobre ecuaciones de primer grado con una incógnita, debo transformar expresiones comunes a expresiones algebraicas.

Por ejemplo.

Lenguaje común	El doble de un número.	Un número aumentado en dos.	El promedio de la suma de tres números.
Lenguaje algebraico	2x	x + 2	$\frac{(x1 + x2 + x3)}{3}$

https://n9.cl/xlz5r

RETO

En base al ejemplo anterior, **escribo** en lenguaje algebraico.

a) ¿Qué número dividido entre 9 me da 10?..............................

b) ¿Qué número aumentado en 25 y luego triplicado da 40?..............................

c) El duplo de un número más 4 es igual a 24. ¿Cuál es el número?..............................

ACTIVIDADES

Leo con atención el problema y **resuelvo**.

Con motivo de la finalización del presente año lectivo el profesor de matemática de noveno curso les hizo conocer el promedio final de las calificaciones de los 3 exámenes parciales. El promedio final de Alberto es de 9,3. Si en el primer examen obtuvo 9,1 y en el segundo 9,2 ¿cuál fue la nota del tercer examen?

Primer examen	Segundo examen	Tercer examen	Promedio final
9,1	9,2	**x**	9,3

https://n9.cl/unodf

Leo con atención el problema y **resuelvo**.

Entre los hermanos Andrés y Pablo tienen 270 dólares, pero Pablo tiene 60 dólares menos que Andrés. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Función Lineal

***Respondo** la siguiente pregunta.*

¿Qué tipo de gráficas puede realizar con funciones lineales?

Roberto había elaborado una tabla para x y para y donde estaban las soluciones de los valores de cada variable en la **ecuación lineal 3x + y = 9**, cuando se le derramó un frasco de tinta sobre su trabajo.

X	1				
Y	6				

https://n9.cl/t5mvc

Le ayudo a Roberto a rehacer la tabla. Para rehacer la tabla de valores de las variables x e y debo establecer una relación de dependencia entre las dos variables de tal manera que a cada valor de la variable x le corresponda un único valor de la variable y.

Cuando equis (x) vale	1	2	3	4	5
ye (y) vale	6	3	0	-3	-6

https://n9.cl/14g2f

¿Qué hice? Reemplacé los valores de x en la ecuación 3x + y = 9. Despejando: y = 9 – 3x.

3x + y = 9

y = 9 - 3x

y = 9 - 3(1)	y = 9 - 3	y = 6
y = 9 - 3(2)	y = 9 - 6	y = 3
y = 9 - 3(3)	y = 9 - 9	y = 0
y = 9 - 3(4)	y = 9 - 12	y = -3
y = 9 - 3(5)	y = 9 - 15	y = -6

https://n9.cl/x3zuk2

*Por lo que decimos que y está en función de x. Lo simbolizamos por: **y = f(x)**.*

RETO

En la tabla **encuentro** los valores de la variable x e y que están incompletos. **Completo** la tabla dando solución a la ecuación y = 4x - 3.

X	1	2		4	
Y	1		9		17

https://n9.cl/0ha7y

Utilizo la tabla de soluciones de x e y. **Pinto** la ecuación que se adapta a los valores de la tabla.

X	-2	-1	0
Y	-3	-2	-1

y = 3x -1	y = x - 1	y = 1 - x

https://n9.cl/by5gu

Encuentro la solución de valores de las variables x e y para la ecuación x + y = 3.

X					
Y					

X			
Y			

https://n9.cl/wehf6

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

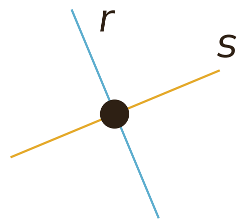
Tema 8. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Cuál es la solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas si las rectas son paralelas?

Cruce de líneas rectas

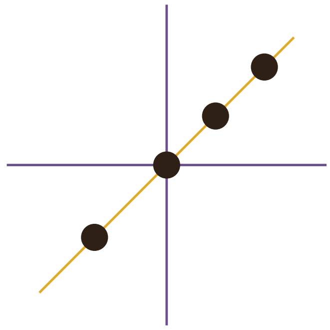
Observo los siguientes gráficos.



COMPATIBLE

Rectas Secantes

En el gráfico "compatible" las dos rectas son secantes, tienen un único punto en común sin importar la posición en el cuadrante. En este caso se dice que el sistema tiene una única solución.



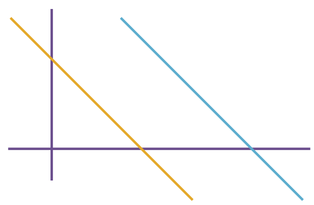
INDETERMINADO

https://n9.cl/alivv

Rectas coincidentes

En el gráfico "indeterminado" observo a las rectas coincidentes, una sobre otra, porque tienen todos los puntos comunes. Es porque todas las soluciones de la una ecuación son también soluciones para las otras. Por eso se dice que este sistema tiene infinitas soluciones.

En el gráfico "indeterminado" observo a las rectas coincidentes, una sobre otra, porque tienen todos los puntos comunes. Es porque todas las soluciones de la una ecuación son también soluciones para las otras. Por eso se dice que este sistema tiene infinitas soluciones.



INCOMPATIBLE

Rectas coincidentes

En el gráfico "indeterminado" observo a las rectas coincidentes, una sobre otra, porque tienen todos los puntos comunes. Es porque todas las soluciones de la una ecuación son también soluciones para las otras. Por eso se dice que este sistema tiene infinitas soluciones.

El método gráfico para resolver un sistema de ecuaciones consiste en representar los gráficos asociados a las ecuaciones del sistema para deducir su solución.

Para resolver un sistema por el método gráfico, **sigo** estos pasos.

1. **Planteo** el sistema en cuestión.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 5 + y = 2x \end{cases}$$

2. Despejo la variable y en las dos ecuaciones. $\begin{cases} y = 4 - x \\ y = 2x - 5 \end{cases}$

3. Elaboro una taba de valores tanto para la primera ecuación como para la segunda.

Primera ecuación.

X	0	1	2
Y	4	3	2

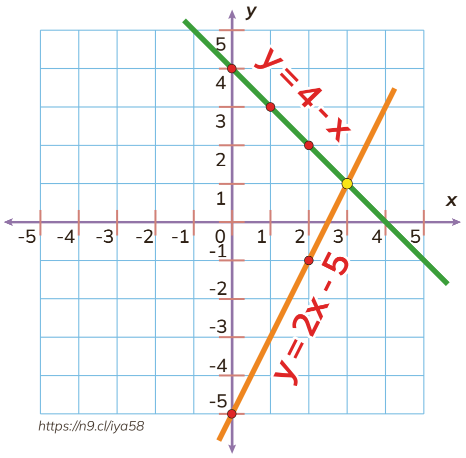
https://n9.cl/nhsqi

Segunda ecuación.

X	0	1	2
Y	-5	-3	-1

https://n9.cl/nhsqi

4. **Trazo** el plano cartesiano y ubico los valores de x e y para trazar las rectas de cada ecuación.
5. **Ubico** el punto de intersección.
6. **Defino** los valores solución: x = 3 & y = 1
7. **Determino** si el sistema es compatible, indeterminado o incompatible.



Para definir los valores de solución (numeral 6) **observo** el punto de intersección (punto amarillo) entre las dos rectas.

En el eje de las abcisas (x) el punto de intersección se ubica en el número 3.

En tanto que en el eje de las ordenadas (y) el punto de intersección se ubica en el número 1.

Luego la solución del sistema es: x=3 e y=1.

8. Finalmente **determino** si el sistema es compatible, indeterminado o incompatible. En este ejemplo es evidente que es un sistema compatible.

ACTIVIDADES

https://n9.cl/col7f

Para estas actividades **utilizo** el cuaderno.

1. **Practico** y resuelvo por el método gráfico el siguiente sistema $\begin{cases} x + y = 6 \\ 5x - 4y = 12 \end{cases}$
2. **Compruebo** si el sistema $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = -6 \end{cases}$ es compatible, indeterminado o incompatible.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Cuestión de igualación

Luis el dueño de una cafetería compra para su negocio 12 libras de café y 10 libras de azúcar por 76,4 dólares. Su esposa Clara por su parte compra 9 libras de café y 8 libras de azúcar (a los mismos precios) por 57,5 dólares.

¿Qué precio pagaron por una libra de café y una libra de azúcar?

Luis compra $ 76,4	Clara compra $ 57,5

12 lbs

Ilustración vecteezy.com

10 lbs

Ilustración vecteezy.com

9 lbs

Ilustración vecteezy.com

8 lbs

Ilustración vecteezy.com

Para saber cuál es el precio de una libra de café y una de azúcar, debo plantear una ecuación simultánea con dos incógnitas, para lo cual tomo en cuenta lo siguiente:

Los datos **represento** en lenguaje algebraico:

LUIS		CLARA	
Precio de 1 libra de café	Precio de 1 libra de azúcar	Precio de 1 libra de café	Precio de 1 libra de azúcar
x	y	x	y
Precio de 12 lbs de café	Precio de 10 lbs de azúcar	Precio de 9 lbs de café	Precio de 8 lbs de azúcar
$12x$	$10y$	$9x$	$8y$
Total de la compra		Total de la compra	
$12x + 10y = 76,4$		$9x + 8y = 57,5$	

https://n9.cl/eguuc

De esta manera se estableció un sistema de 2 ecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{cases} (12x + 10y) = 76{,}4 & (1) \\ 9x + 8y = 57{,}5 & (2) \end{cases}$$

¿Cómo **resuelvo** el sistema por el método de igualación?

1. Despejo x en cada una de las ecuaciones dadas.

$$x = \frac{(76{,}4 - 10y)}{12} \qquad (1)$$

$$x = \frac{(57{,}5 - 8y)}{9} \qquad (2)$$

2. Igualo las dos expresiones obtenidas y **resuelvo**.

$$\frac{(76{,}4 - 10y)}{12} = \frac{(57{,}5 - 8y)}{9}$$

$$9\,(76{,}4 - 10y) = 12\,(57{,}5 - 8y)$$

$$687{,}6 - 90y = 690 - 96y$$

$$-90y + 96y = 690 - 687{,}6$$

$$6y = 2{,}4$$

$$y = \frac{2{,}4}{6} \longrightarrow y = 0{,}4$$

3. Reemplazo y en alguna de las ecuaciones despejadas.

$$(1) \quad \frac{(76{,}4 - 10\,(0{,}4)}{12} = \frac{(76{,}4 - 4)}{12} \longrightarrow \frac{72.4}{12} = 6{,}03$$

4. Verifico las soluciones.

Una libra de café costó 6,03 dólares (variable x). Y una libra de azúcar costó 0,4 dólares (variable y).

5. Compruebo.

Estos dos valores reemplazaron en las dos ecuaciones del sistema y **observo** que se cumplen las condiciones del problema.

https://n9.cl/e74uv

El método de igualación consiste en despejar la misma incógnita de las ecuaciones dadas y posteriormente hacer la igualación de ambas incógnitas.

ACTIVIDADES

- **Compruebo** que el sistema $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$ sí lo puedo resolver por el método de igualación. (**resuelvo** en micuaderno de actividades).
- **Explico** paso a paso cómo puedo resolver el siguiente sistema de ecuacines por el método de igualación: $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$ (**resuelvo** en mi cuaderno de actividades).

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 9. Proposiciones Matemáticas

***Respondo** la siguiente pregunta.*

¿Cuántas palabras puede tener una proposición matemática para que tenga un valor de verdad?

Una cuestión de lógica

En la biblioteca escuché la siguiente frase: “este libro es de Química y este libro es de matemáticas”. En realidad, es una proposición:

$$\underbrace{\underbrace{\text{Este libro es de Química}}_{p}\quad\underbrace{\text{y este libro es de Matemáticas}}_{q}}_{\text{Proposición compuesta}}$$

https://n9.cl/xv96n

Lo asignado con p y q son proposiciones simples que se encuentran separadas por la letra y. La conjunción de las proposiciones simples p y q mediante el enlace y toma el nombre de proposición compuesta.

La proposición es un enunciado al cual se le puede dar un valor de verdadero o falso.

Es simple o atómica cuando NO tiene conectores lógicos como: y, no, ni, o, entonces, si y sólo si...

Es compuesta o molecular cuando está formada por una o más proposiciones simples afectadas por términos lógicos o conectores.

Ejemplos de proposiciones simples (se los representa con p, q, r, s, t)

- **p :** 7 es factor de 49 (V).
- **r :** Los números pares son divisibles por dos (V).
- **t :** El número 8 es mayor que el número 23 (F).

Ejemplos de proposiciones compuestas

- El hombre ama su profesión o le gusta mucho trabajar.
- El concierto sólo se realizará si y solo si no llueve.
- La raíz cuadrada de 25 es 5 o -5.
- El número más grande no es el 1’000.000.
- El 9 es divisor del 45 y el 3 es divisor del 9 y del 45.

ACTIVIDADES

1. Las proposiciones simples.

- **p :** Luis es estudiante.
- **q :** Él está en clases.
- **r :** Él no está en la biblioteca.

Transformo en proposiciones compuestas para lo cual **utilizo** conectores lógicos entre p, q, r.

....
....
....
....
....
....
....

Reconozco proposiciones verdaderas y falsas.

- Las plantas generan oxígeno. (..............................)
- El 5 es uno de los divisores de 907. (..............................)
- MMXXII en números romanos equivale a 2200. (..............................)
- 28 dividido entre 7 es igual a 4. (..............................)
- La tarde de ayer hizo frío. (..............................)

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 10. Conectores Lógicos

***Respondo** la siguiente pregunta.*
¿Para que sirven los conectores lógicos?

Ideograma matemático

"Si mañana deja de llover iré de compras y visitaré a mi madre". Es una proposición compuesta formada por proposiciones simples.

Ilustración freepik.es

p: Mañana deja de llover,
q: iré de compras y
r: visitaré a mi madre, que puede escribirse como q^r.

Para que q^r se cumpla, donde q es "iré de compras" y r es "visitaré a mi madre", tiene que ocurrir la proposición p, escribiéndose de la siguiente manera.

$$p \rightarrow (q \wedge r)$$

Se puede observar 3 signos $\rightarrow$,^ y ( ).

Para conocer y aplicar las leyes de la lógica proposicional es necesario utilizar conectivos lógicos como los indicados a continuación.

Nombre	Símbolo	Significado
Conjuntor	$\wedge$	y
Disyuntor	$\vee$	o
Condicional	$\rightarrow$	si...entonces
Bicondicional	$\leftrightarrow$	si y sólo si
Negador	¬,~	No, negación
Implica	$\Rightarrow$	Por tanto
Equivalencia	$\equiv$	Equivale

https://n9.cl/krw2d

Las leyes de la lógica proposicional son entre otras: ley de idempotencia, ley asociativa, ley conmutativa, ley distributiva, ley de De Morgan.

Leyes	Descripción	Representación
Idempotencia	Se repite varias veces una acción y aun así se consigue el mismo resultado	$p \wedge p \equiv p$
Asociativa	Permite cambiar de lugar el paréntesis sin cambiar el lugar de las proposiciones	$p \vee (q \vee r) \quad (p \vee q) \vee r$
Conmutativa	Permite cambiar de lugar las proposiciones en disyunción y conjunción	$p \wedge q \equiv q \wedge p$
Distributiva	El conectivo lógico que está dentro del paréntesis queda fuera	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
De Morgan	Permite transformarla en una proposición disyuntiva negativa en su totalidad y en sus miembros	$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

https://n9.cl/yurb77

Escribo con símbolos las proposiciones, **observo** el ejemplo.

- Puedo manejar un auto si tiene dirección hidráulica.
  $p \leftrightarrow q$
- La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa, si se trata de un triángulo rectángulo.
  ....
  ....
- La casa es muy grande y muy luminosa.
  ....
  ....

Elaboro proposiciones con los símbolos: (**utilizo** mis propias palabras).

- $p \vee q$ ....
  ....
  ....
- $p \rightarrow q \rightarrow r$ ....
  ....
  ....

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

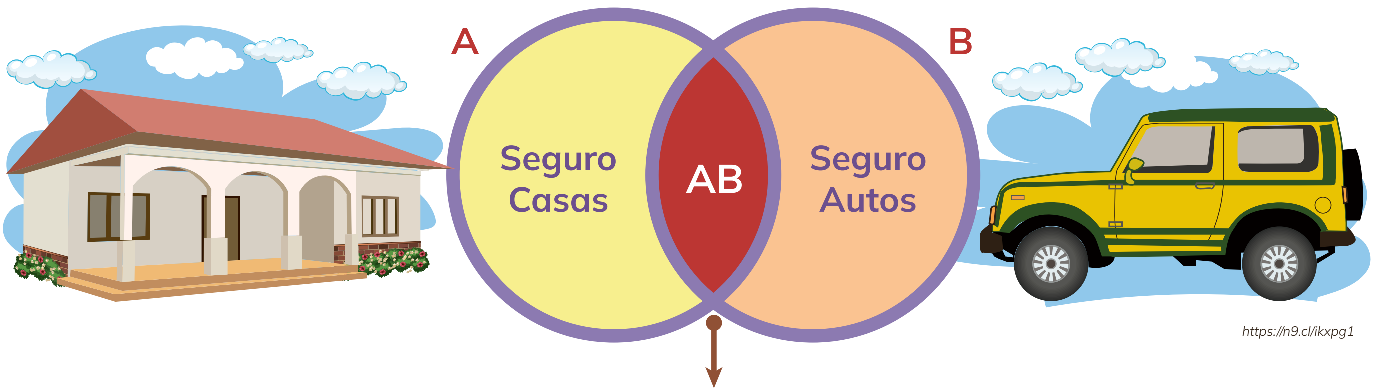
Tema 11. Leyes de Conjuntos

Respondo *la siguiente pregunta.*
Explico *tres formas diferentes de representar conjuntos.*

Elementos compartidos

Una compañía de seguros inicia una campaña de promoción para captar nuevos clientes. Durante la primera semana 18 nuevos clientes aseguraron sus casas contra incendios y 28 aseguraron sus automóviles contra accidentes.

Sin embargo el número de clientes fue de 41. ¿Cómo pudo explicar el gerente la diferencia entre las pólizas vendidas y el número de clientes nuevos? Al revisar detenidamente la lista de nuevos clientes encontró que 5 de ellos habían tomado simultáneamente el seguro para sus casas y para sus automóviles. La toma sismultánea de los dos seguros toma el nombre de intersección cuya representación gráfica es:



Seguros casas y autos: $A \cap B$

Dados dos conjuntos A y B, su intersección es otro conjunto cuyos elementos comunes necesariamente pertenecen a ambos conjuntos. Se simboliza con U.

- La intersección de A y B es un subconjunto de ambos: A U B ; A,B.
- El símbolo U significa: cada elemento de A es también elemento de B.
- La intersección de conjuntos A y B es igual a la intersección de los conjuntos B y A: A U B = B U B.
- Los conjuntos disjuntos no tienen intersección por no tener elementos en común. Su intersección es el conjunto vacío: A U B = Ø.
- Ø significa: el conjunto que no tiene elementos.

ACTIVIDADES

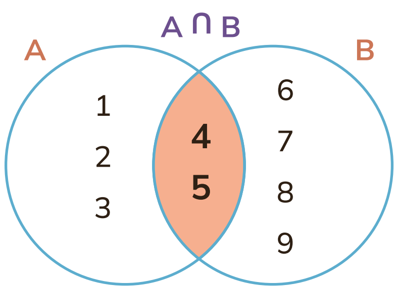
Dados los conjuntos: **U** = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11} **T** = {1, 5, 9}

S = {1, 2, 3, 5, 6, 7} **R** = {8, 10}

a) **Represento** gráficamente S ∩ T.

b) **Escribo** con símbolos la relación entre el conjunto T y el conjunto R.

c) **Explico** con mis propias palabras el gráfico sobre intersección.



https://n9.cl/km8va

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 12. **Congruencia de triángulos**

Respondo *la siguiente pregunta.*
¿Cuál es la diferencia entre semejanza y congruencia?

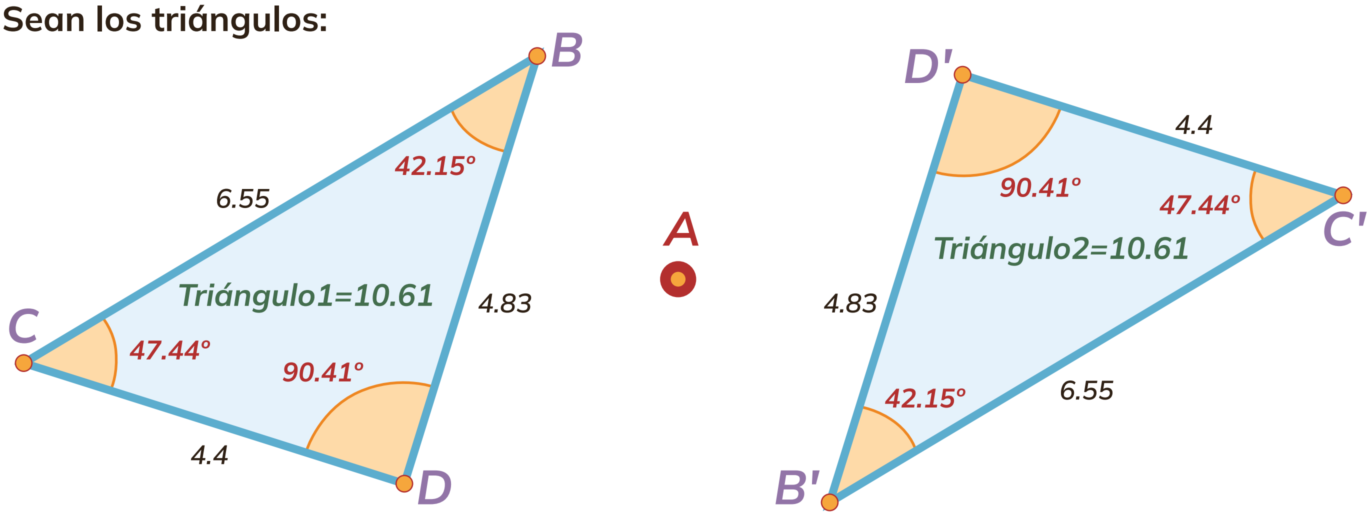
Relación notable

José es psicólogo y entre una de sus actividades es medir la rapidez con que una persona inserta los triángulos de la derecha en los espacios triangulares de la caja de la izquierda. Es evidente que en cada espacio triangular de la izquierda cabe exactamente su pieza homóloga o par.

https://h9.cl/oqv1a

Dos triángulos son congruentes si sus lados correspondientes tienen la misma longitud y sus ángulos correspondientes tienen la misma medida, aunque su orientación y posición sea distinta. El signo de congruencia es: $\cong$

Sean los triángulos:

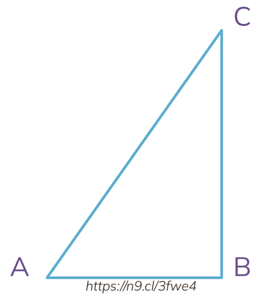


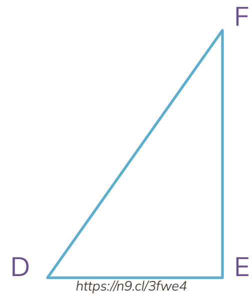
https://h9.cl/i83ff

Se dice entonces que: $\Delta\, B\,C\,D \cong \Delta\, B'\,C'\,D'$ ya sea por sus 3 lados (L L L), ya sea por sus 2 lados y un ángulo (L A L) y ya sea por sus 2 ángulos y 1 lado (A L A). Ángulo se simboliza con $\angle$

ACTIVIDADES

Observo y **determino** si los triángulos ABC y DEF son congruentes. Al ser congruentes **escribo** SI o NO y **determino** si lo son por LLL,LAL y ALA.





Observo el ejemplo.

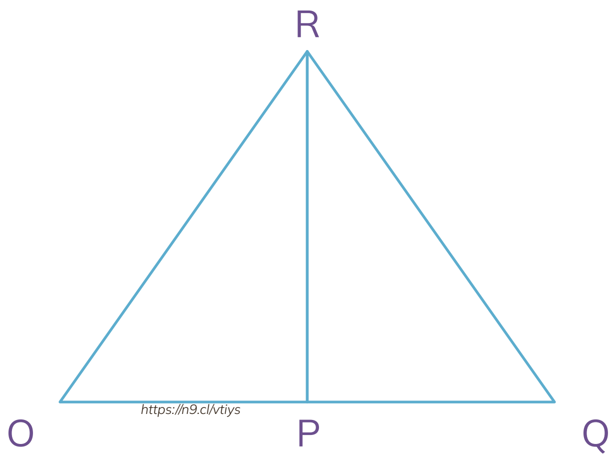
$\overline{AC}\cong\overline{DF}$, $\overline{CB}\cong\overline{FE}$,$\overline{AB}\cong\overline{DE}$	SI, son congruentes por LLL

a) $\overline{AB}\cong\overline{DE}$, $\overline{BC}\cong\overline{EF}$, $\angle B\cong\angle E$ ....

a) $\angle A\cong\angle D$, $\angle B\cong\angle E$, $\overline{AC}\cong\overline{DF}$ ....

a) $\angle C\cong\angle F$, $\angle B\cong\angle E$, $\overline{CB}\cong FE$ ....

En el siguiente triángulo **descubro** y **escribo** todas las parejas de lados congruentes.



METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

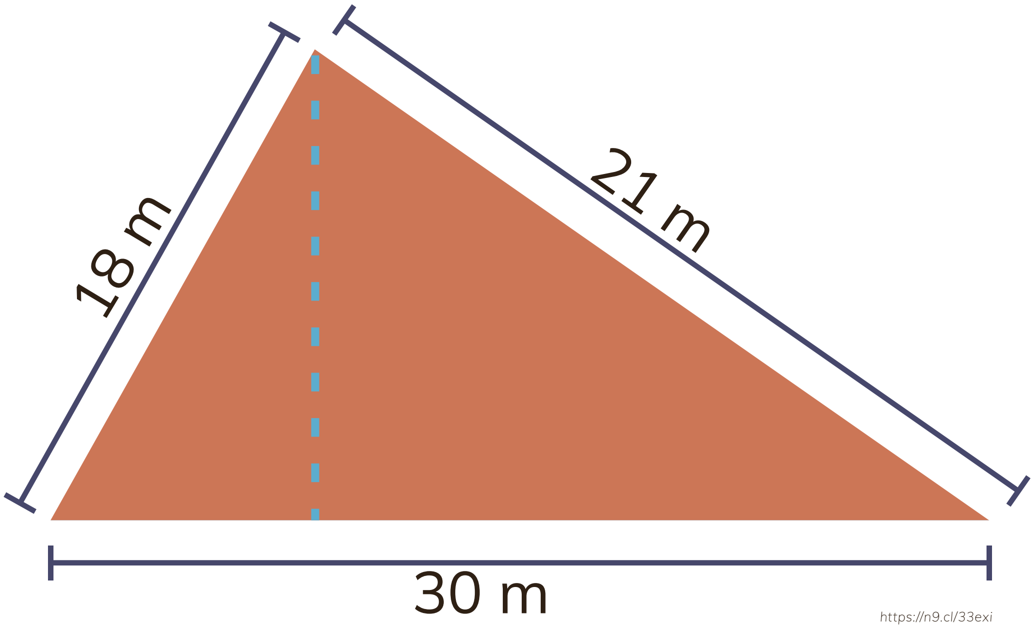
¿Qué he aprendido?

Tema 13. **Perímetros y áreas de triángulos**

Respondo *la siguiente pregunta.*
*¿**Explico** porque la fórmula para determinar el área de un triángulo no depende del tipo de triángulo?*

Acción triangular

Lupe desea colocar césped en su terreno que tiene forma triangular siendo uno de sus lados de 30 m y la altura correspondiente a él de 20 m. A la vez va a colocar una cerca de protección con alambre que de cuatro vueltas a su alrededor. Si el valor de los otros lados miden 18 m y 21 m, ¿qué cantidad de césped y alambre necesita?



https://n9.cl/33exi

Para encontrar la cantidad de césped que necesita, debemos encontrar el área del terreno triangular.

En donde:

l = lado

h = altura

Entonces:

$$A = \frac{(30m * 20m)}{2}$$

$$A = \frac{(600m^2)}{2}$$

$A = 300m^2$

El área de un triángulo es igual a la mitad del producto de unos de sus lados por la altura correspondiente a ese lado.

Responde a la fórmula.

$$A = \frac{l \times h}{2}$$

https://n9.cl/8xj80

El perímetro de una figura geométrica cualquiera es igual a la longitud del contorno de esta figura. Se obtiene sumando las medidas de sus lados.

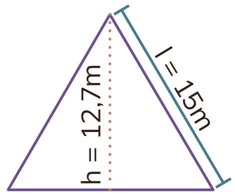
Para saber la cantidad de alambre que necesita, **encuentro** el contorno del terreno, o sea el perímetro del terreno y a éste valor le **multiplico** por 4 vueltas de alambre.

P = l + l + l
P = 18 m + 21 m + 30 m
P = 69 m
Cantidad de alambre: 69 m x 4 = **276 m.**

ACTIVIDADES

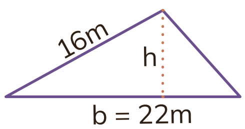
Resuelvo:

- ¿Cuál es el área de un pedazo de terreno de forma triangular que tiene de altura 12,7 m y uno de sus lados mide 15 m?



https://h9.cl/ame0cz

- A 90 dólares el metro cuadrado ¿cuánto cuesta un terreno de forma triangular que tiene como base 22 m y su altura es de 16 m?



https://h9.cl/78om9

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

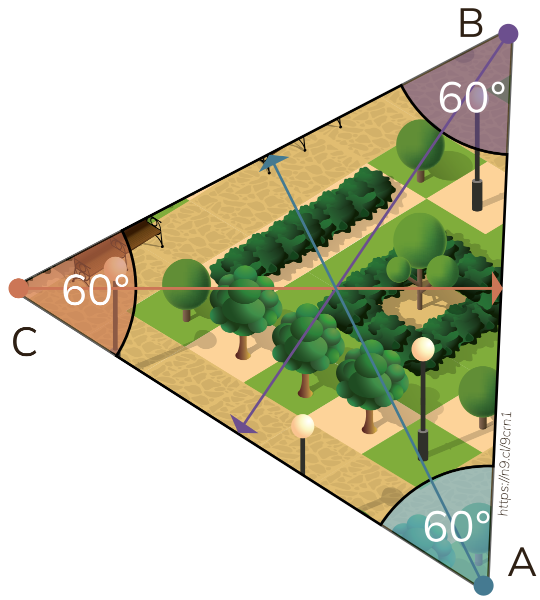
Tema 14. **Líneas y puntos nobles de triángulos**

***Respondo** la siguiente pregunta.*
*¿**Explico** cuántos puntos nobles puedes encontrar en un triángulo?*

Líneas y punto

Los moradores del barrio San José tienen un parque de forma triangular, pero desean poner una luminaria de buena potencia que genere mucha luz e ilumine todo el parque por igual. ¿Qué sitio estratégico del parque es el más adecuado para la instalación de la luminaria?

Los moradores realizaron consultas a los ingenieros del sector quienes trazaron líneas imaginarias que partiendo de los vértices llegan a la mitad del lado opuesto al vértice. Así trazaron 3 líneas imaginarias, una por cada vértice y determinaron finalmente que la mejor ubicación para la luminaria es el punto de intersección de las 3 líneas.



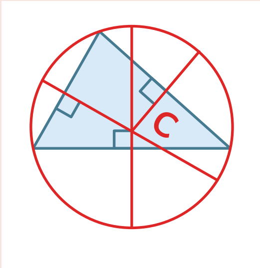
En un triángulo se pueden trazar un grupo de rectas y puntos muy importantes,conocidos como rectas y puntos notables del triángulo.

RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO	
NOMBRE DE LA RECTA	**PUNTO CORTE (intersección)**
Mediana	Baricentro
Altura	Ortocentro
Bisectriz	Incentro
Mediatriz	Circuncentro

https://n9.cl/xms9r

RETO

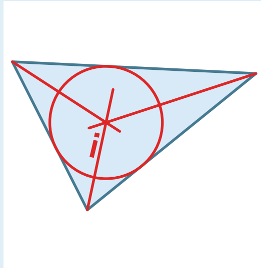
Circuncentro



Punto donde se cortan las **mediatrices**

https://n9.cl/rizsa

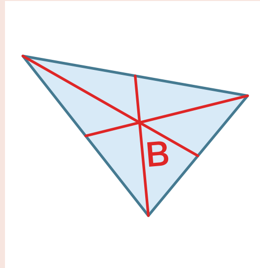
Incentro



Punto donde se cortan las **bisectrices**

https://n9.cl/aphkg

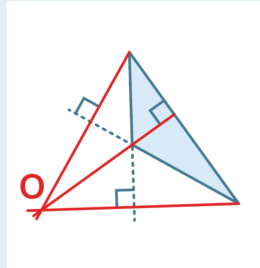
Baricentro



Punto donde se cortan las **medianas**

https://n9.cl/ref36

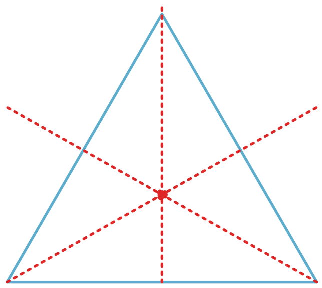
Ortocentro



Punto donde se cortan las **alturas**

https://n9.cl/k3usn

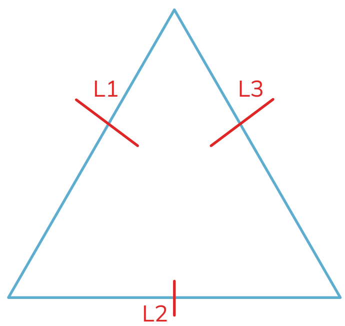
1. Compruebo que haciendo centro en el punto de intersección de las líneas, con el compás **trazo** una circunferencia que topa cada uno de los lados del triángulo.



https://n9.cl/wuyy9

En este ejemplo, las líneas son las alturas y el punto de intersección es el ortocentro.

- **Utilizo** una regla y **trazo** las 3 alturas del triángulo A, B, C y **señalo** su ortocentro.



https://n9.cl/rudnj

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

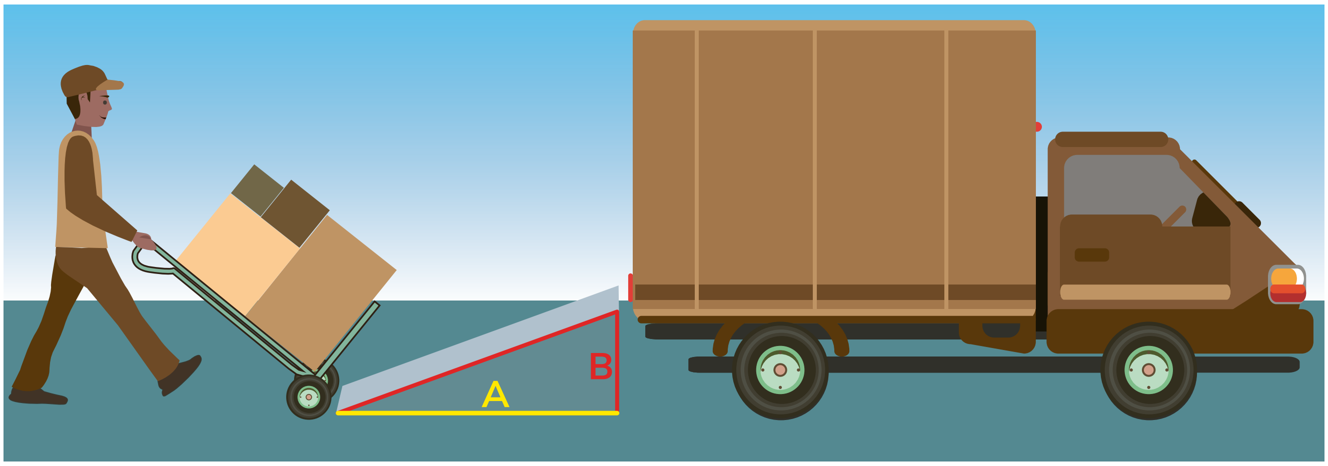
¿Qué he aprendido?

Tema 15. Teorema de Pitágoras

Respondo *la siguiente pregunta.*
¿Porqué no se puede aplicar el teorema de pitágoras en un triángulo equilátero?

1. Leo atentamente el siguiente planteamiento.

Alberto es trabajador de una compañía que presta el servicio de encomiendas. Para subir los paquetes a la camioneta dispone de una rampa inclinada por la que sube la carga. Alberto quiso saber la longitud de la rampa desde el suelo hasta el borde del cajón de la camioneta, para tratar de acortar la distancia y hacer su trabajo más rápido. Si la distancia A, como se muestra en la figura es de 2 metros y la altura B es de 1,5 m, ¿qué longitud tiene la rampa?



https://n9.cl/wge0a

Para resolver el problema, **aplico** el teorema de Pitágoras respecto a triángulos rectángulos.

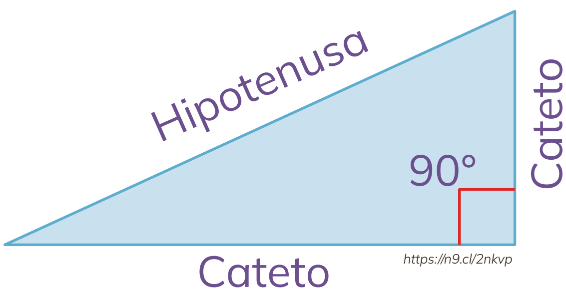
$$C = \sqrt{a^2+b^2}$$

Teorema de Pitágoras: "En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos".

$$C = \sqrt{2^2 + (1{,}5)^2}; \qquad C = \sqrt{4+2{,}25}; \qquad C = \sqrt{6{,}25}$$

C = 2,5 m. La longitud de la rampa es de 2,5

Que expresado matemáticamente responde a la siguiente fórmula: $c^2 = a^2 + b^2$ en donde c es la hipotenusa, a es el cateto mayor y b es el cateto menor.

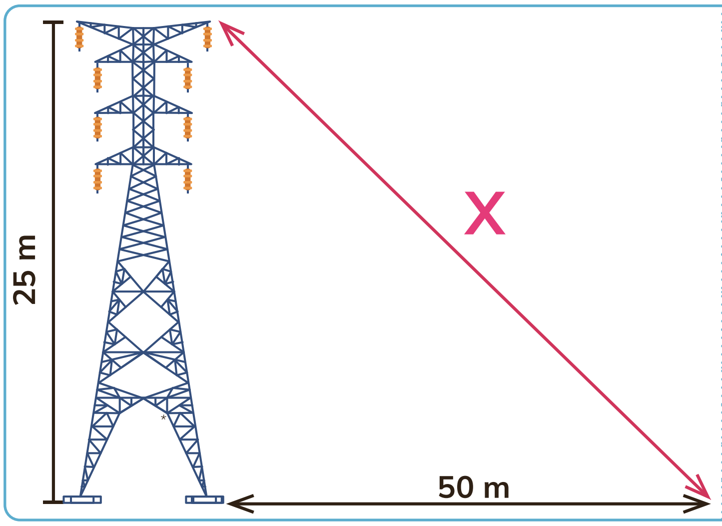


https://n9.cl/2nkvp

- **Calculo** el área de cada cuadrado.
- Con los valores de los lados del triángulo **aplico** la fórmula pitagórica y **deduzco** que c2 = a2 + b2

3. Resuelvo el siguiente problema.

Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 25 m de altura hasta un punto situado a 50 m de la base de la torre. ¿Cuánto debe medir el cable?



https://tinyurl.com/4yasvztz

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 16.

Volumen de cuerpos geométricos regulares

Respondo *la siguiente pregunta.*
¿Cuál es la diferencia entre cuerpos geométricos regulares e irregulares?

1. Leo y **observo** con atención.

Cuando visitamos el laboratorio de química del colegio encontramos muchos materiales de vidrio que tienen formas de cuerpos geométricos y que sirven para medir volúmenes. Entre ellos destacamos cuerpos que tienen las siguientes formas:

- Vasos de precipitación y probetas, tienen forma cilíndrica.
- Balón de ebullición, tiene forma esférica.
- Matraces Erlenmeyer, tienen forma cónica

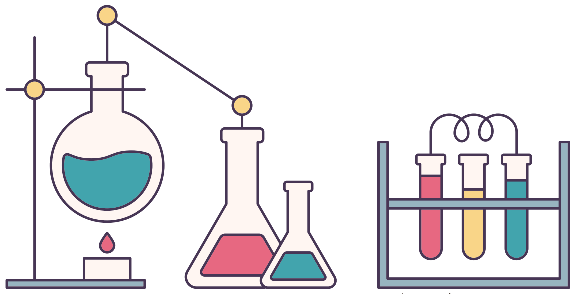


Ilustración vecteezy.com

Estas formas geométricas describen volúmenes. Volumen es el valor numérico que mide la cantidad de espacio. El alto, el ancho y la profundidad determinan el volumen y cuanto más grande sea, mayor es el espacio ocupado.

Algunas de estas formas geométricas también aparecen en objetos comunes de nuestra vida práctica.

Existen fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos de formas regulares.

Cuerpo geométrico	Característica	Fórmulas para calcular el volumen
Prisma	Dos bases poligonales y paralelas y sus caras laterales son paralelogramos.	$h \times B$ $(B = l \times a)$
Pirámide	Su base un polígono cualquiera y sus caras laterales con triángulos.	$\frac{(h \times B)}{3}$
Cilindro	Formado por un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados. Tiene bases circulares y paralelas entre sí.	$h \times \pi r^2$
Cono	Generado por un giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.	$\frac{(h \times \pi r^2)}{3}$

https://n9.cl/5h5m6

RETO

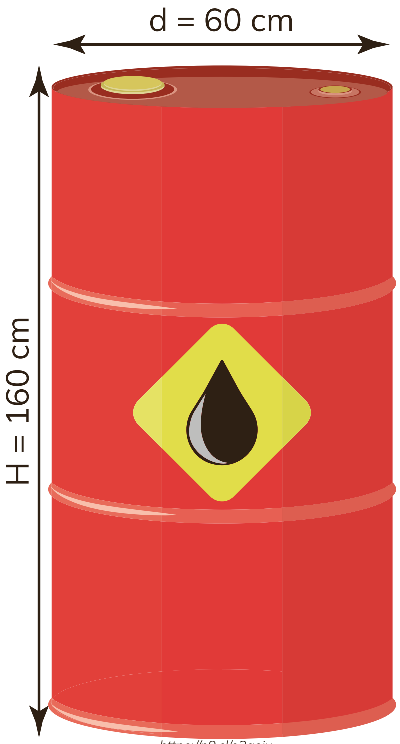
Las fórmulas permiten resolver operaciones de cálculo y obtener resultados concretos.

Por ejemplo: Luis desea conocer el volumen del tanque de gasolina de su auto que tiene la forma de un prisma rectangular cuyos datos de fábrica son: largo 70 cm, ancho 30 cm y altura 20 cm. El volumen de gasolina que entra en el tanque de su coche resulta de aplicar la fórmula:

V = l x a x h o sea multiplicar 70 x 30 x 20 = 42 000 cm^3 que es aproximadamente igual a 11 galones.

Luis sabe que debe poner 11 galones de gasolina.

1. **Resuelvo** el siguiente problema aplicando la fórmula respectiva.



https://n9.cl/o2qojx

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 17.

Variables cualitativas y cuantitativas

Respondo *la siguiente pregunta.*
¿Las calificaciones que tu recibes en el colegio son cantidades cualitativas o cuantitativas?

1. **Leo** con atención.

El Ministerio de Cultura y Patrimonio ejecutó en el 2021 la primera encuesta nacional enfocada a medir los hábitos lectores, prácticas y consumos culturales en la población ecuatoriana. La encuesta se realizó desde el 20 de septiembre de 2021 en 23 provincias, excepto Galápagos. Entre los resultados más relevantes se encuentran.

91.4%
De los ecuatorianos mayores de 5 años saben leer y escribir.

92%
Lee en diferentes formatos.

76.7%
Lee con una frecuencia diaria.

56.7%
El celular es el dispositivo o soporte más utilizado para la lectura.

33.9%
Lee en material impreso.

https://n9.cl/sxeuc

2. Cualitativas, como: nivel de instrucción de los miembros de la familia, hábitos lectores, profesión u ocupación de los papás.

¿Sabías qué?

Una variable cuantitativa es aquella variable estadística que se expresa en cifras y son medibles.
Una variable cualitativa es aquella variable estadística que expresa una cualidad o característica del objeto o individuo en estudio.

RETO

1. Clasifico las variables cuantitativas y las variables cualitativas, de este listado de variables.

- Marca de celulares.
- Redes sociales preferidas.
- Estatura de los estudiantes de un curso.
- Color de ojos de los actores de una película.
- Asignatura preferida.
- Número de clientes atendidos en una tienda.
- Número de hijos en una familia.
- Cantidad de goles anotados en un partido de fútbol.

Variables cualitativas	Variables cuantitativas
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

2. Elaboro 2 preguntas cuya respuesta sea cualitativa; y 2 preguntas cuya respuesta sea cuantitativa. **Observo** el ejemplo.

Variables cualitativas	Variables cuantitativas
1. **¿Qué profesión vas a seguir?**	1. **¿Cuántos hermanos tienes?**
Ingeniería	3
2.	2. ....
....	....
3.	3. ....
....	....

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 18. Medidadas de tendencia central

Respondo *la siguiente pregunta.*
¿Para qué le puede servir el cálculo de la media aritmética en su vida diaria?

1. **Leo** con atención el planteamiento.

Media aritmética o promedio

Es el número que resulta de sumar los valores de un conjunto de datos y dividirlo entre la cantidad de datos del mismo.

¿Cómo se calcula?

Suma todos los valores de un conjunto finito de datos y divide el resultado entre el número de datos del conjunto.

El resultado es el promedio.

Ejemplo:

2 3 4 6 6 5 2 3 3 6 6

$$x = \frac{(2 + 3 + 4 + 6 + 6 + 5 + 2 + 3 + 3 + 6 + 6)}{11}$$

$$x = \frac{46}{1111} = 4.18$$

Mediana

Es el valor de la variable que ocupa la posición central en conjunto de datos ordenados.

¿Cómo se calcula?

Ordena los datos de menor a mayor. Ubica la mitad de la secuencia, a cada lado del valor central debe haber la misma cantidad de datos. Si el conjunto de datos es par, la mediana es la media aritmética de los dos valores centrales.

Ejemplo:

2 3 4 6 6 5 2 3 3 6 6

2 2 3 3 3 4 5 6 6 6 6

Me = 4

Moda

Es el valor del conjunto de datos que más se repite.

¿Cómo se calcula?

Ordena los números de menor a mayor, luego cuenta cuántos hay de cada uno, el número que aparece más veces es la moda.

Ejemplo:

2 3 4 6 6 5 2 3 3 6 6 2

2 3 4 6 6 5 2 3 3 6 6 2

Mo = 6

RETO

1. La siguiente tabla recoge el número de goles marcados por el equipo de Andrés y el equipo de Pablo.

	Partido 1	Partido 2	Partido 3	Partido 4	Partido 5
Andrés	1	1	3	2	2
Pablo	2	2	2	2	3

https://n9.cl/f67m4

Calculo la media, mediana y moda de los goles que marcó cada equipo.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Probabilidades

Respondo *la siguiente pregunta.*
¿La probabilidad es cuestión de suerte? justifico mi respuesta.

1. Leo con atención.

Para enseñarnos probabilidad, el profesor de matemáticas puso en una urna 9 bolitas numeradas del 1 al 9 y nos propuso 4 sucesos para calcular la probabilidad de:

a) Obtener una cifra impar.
b) Obtener un número múltiplo de 3.
c) Obtener un cuadrado perfecto.
d) Obtener un número primo.

Ilustración vecteezy.com

Antes de extraer una bolita por cada suceso nos recordó que en la urna había 9 bolitas por lo que razonamos con el profesor lo siguiente

a) Las cifras impares son: 1, 3, 5, 7 y 9. Son cinco casos favorables.
b) Los números múltiplos de 3 son: 6 y 9. Dos casos favorables.
c) Los cuadrados perfectos son: 1, 4 y 9. Tres casos favorables.
d) Los números primos son: 2, 3, 5, 7. Cuatro casos favorables.

Para resolver la probabilidad de los eventos o sucesos planteados, aplicó la fórmula de

Laplace: $P(E) = \frac{(\text{Número de casos favorables})}{(\text{Número de casos posibles.})}$, en donde P(E) = probabilidad del evento.

Si el número de bolitas son 9, entonces hay 9 casos posibles, con lo que se resuelve cada uno de los eventos.

a) $P(E) = \frac{5}{9} = 0,55$ **o sea 55%**

b) $P(E) = \frac{2}{9} = 0,22$ **o sea 22%**

c) $P(E) = \frac{3}{9} = 0,33$ **o sea 33%**

d) $P(E) = \frac{4}{9} = 0,44$ **o sea 44%**

Un suceso es una cuestión que ocurre o que se desencadena.

RETO

1. **Elaboro** una definición para probabilidad.

2. **Aplico** mis conocimientos.
En el aula de noveno hay 25 estudiantes entre hombres y mujeres. Hay 2 mujeres que llevan el nombre de Patricia, tres se llaman Valeria, cinco son Andrea, dos Jorge, tres Carlos. El resto tienen otros nombres.

Respondo:

- ¿Cuál es la probabilidad de que el profesor de Matemática le nombre para dar la lección a una estudiante que tenga otro nombre?
- ¿Qué probabilidad hay de que elija el nombre Valeria?
- ¿Con que probabilidad puede elegir a un estudiante que se llame Carlos?
- Entre los nombres Andrea y Jorge ¿qué probabilidad hay de que uno sea nombrado?

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

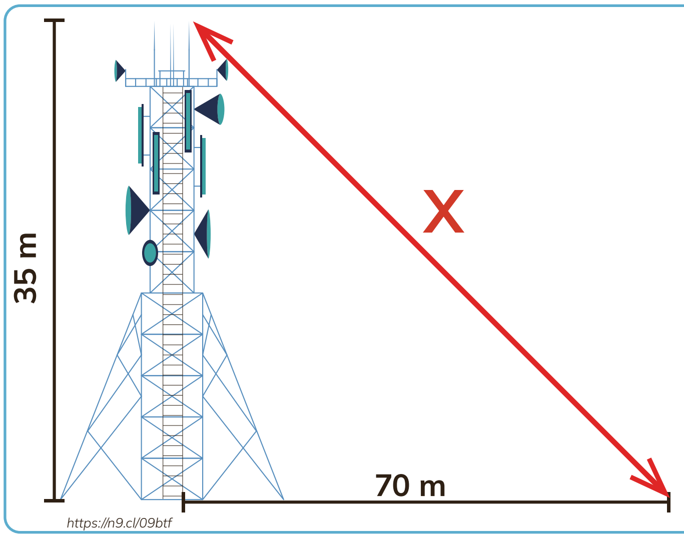
¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

EVALUACIÓN SECCIÓN 1

1. Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 35 m de altura hasta un punto situado a 70 m de la base de la torre. ¿Cuánto debe medir el cable?



2. **Hallo** el número que al sumarle su consecutivo obtenemos 61.

3. **Escribo** algebraicamente las siguientes expresiones.

El doble de un número x aumentado en 2. ....

El triple de un número x. ....

El doble de un número x más 5. ....

El cuadrado del triple de un número x. ....

Las tres cuartas partes de un número x. ....

4. En base a los ejemplos anteriores y sin uso de la calculadora, practico.

$(4,72 \times 10^{-3})\ (2,87 \times 10^{4}) =$ .... $5,21 \times 10^{6} + 2,07 \times 10^{5} =$ ....

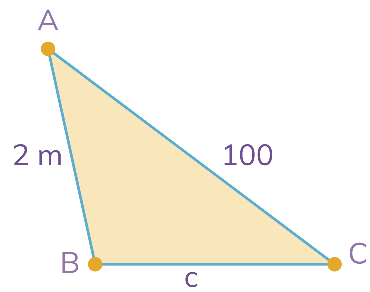
5. **Resuelvo**. Entre los hermanos Andrés y Pablo tienen 370 dólares, pero Pablo tiene 80 dólares más que Andrés. ¿Cuánto dinero tiene cada uno? ....

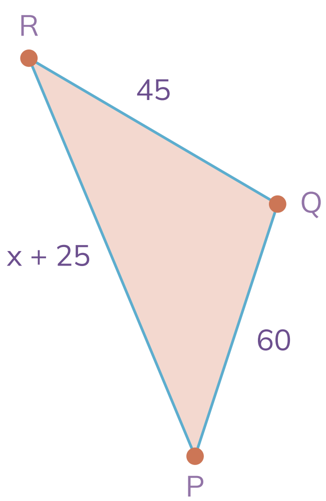
6. En la tabla **encuentro** los valores de la variable x e y que están incompletos. **Completo** la tabla dando solución a la ecuación: $y = 2x + 3$

X	1	2		4	
Y	1		9		17

7. En un parqueadero hay 65 vehículos entre autos y motos. Si el total de ruedas es de 210. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?

8. Si los dos triángulos dados son congruentes. **Determino** las variables m, x y y el ángulo α.





SECCIÓN 2

Objetivos:

O.M.4.1 Reconocer las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de las funciones (discretas y continuas); y fomentar el pensamiento lógico y creativo.

O.M.4.2 Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva; las cuatro operaciones básicas; y la potenciación y radicación para la simplificación de polinomios, a través de la resolución de problemas.

Temas:

1. Operaciones con números enteros.
2. Ecuaciones e inecuaciones de primer grado.
3. Orden y operaciones con números Racionales e Irracionales.
4. Ecuaciones e inecuaciones con números Racionales.
5. Problemas con números enteros, racionales e irracionales.
6. Monomios y Polinomios.
7. Notación Científica.
8. Intervalos.
9. Productos notables, Factoreo, Racionalización.

Criterios de evaluación:

CE.M.4.1 Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas (adición y multiplicación), las operaciones con distintos tipos de números (Z, Q, I) y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones y ecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.

CE.M.4.2 Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas de las operaciones en R y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones, ecuaciones y sistemas de inecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la notación y la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.

Al fin de la sección habré aprendido: El conjunto de los números enteros, racionales, irracionales y reales y sus operaciones básicas, además las propiedades y características de los polinomios y sus aplicaciones en la vida diaria.

Tema 1.

Orden y operaciones con números enteros

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Cómo se puede emplear los números naturales en la vida diaria?

1. **Escribo** verdadero o falso y **corrijo** aquellas expresiones incorrectas.

a) 49 < 0 ....

b) - 27 > - 32 ....

c) - 12 > 12 ....

d) | -8 | < 12 ....

e) 14 < - 100 ....

2. **Ubico** los siguientes conjuntos de números en la recta numérica.

a) - 17, + 16, 15, 0

b) - 7, + 2, 0, - 8, - 1, - 6

c) + 4, 6, - 5, + 1, 0, - 13

¿Sabías qué?

El conjunto de los números enteros (Z) está formado por los números negativos, el cero y los números positivos.
Los números enteros se extienden en los dos sentidos indefinidamente, por lo tanto forman un conjunto infinito.

RETO

3. Resuelvo las siguientes operaciones combinadas con números enteros.

a) $(7-3)\,5^2 : 4 - 2^2$

b) $(7-3)\,5^2 : (4-2)^2$

c) $7-(3+5)^2 : 4 - 2^2$

d) $7\,(-3) + 5^2 : 4\,(-2)^2$

e) $7\,(-3+5)^2 : (4-(-2)^2)$

Dato curioso

Las matemáticas son iguales en todo el mundo ya que se trata de una ciencia exacta que trabaja a base de números lo que cambia es la forma de enseñar, el lenguaje numérico y los símbolos para representarlos.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 2. Ecuaciones e inecuaciones con una incógnita

***Respondo** la siguiente pregunta.*

¿Cómo diferencias una ecuación de de una inecuación?

4. **Resuelvo** las siguientes ecuaciones.

a) $3x - 1 - (x - 4) - [2(x - 3)(1 - 2)] = x + 2$

b) $\frac{2(x+1)}{5} - \frac{3(x-1)}{10} = \frac{7x+1}{10}$

c) $\frac{x(x-2)}{2} - \frac{(x-4)(x-7)}{2} = 22$

d) $\frac{x+2}{12} = \frac{5x}{2}$

¿Sabías qué?

Una inecuación lineal con una incógnita es una expresión que se puede escribir en algunas de estas cuatro formas:

1) $ax + b > c$; *2)* $ax + b < c$; *3)* $ax + b \geq c$; *4)* $ax + b \leq c$.

5. Resuelvo las siguientes inecuaciones.

a) $4(x-3)-8 \leq 5-x$

b) $16x+(5-x)>30$

c) $(8x+1)(x-7) \geq (2x-3)(4x+5)$

d) $x(x+10)>(x-4)^2$

Tema 3. Orden y Operaciones con números racionales e irracionales

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Porqué se los llama conjunto de los números racionales y cuál es la diferencia con los irracionales?

6. Ubico en la recta numérica los siguientes conjuntos de números.

a) $24; -11; -\frac{27}{3}; 0; 5,84; -\frac{3}{10}$

b) $\sqrt{\frac{3}{2}}; -\sqrt{5}; \sqrt{121}; -\frac{7}{3}$

c) $\pi; -3; \frac{3}{5}; -\frac{28}{7}; \sqrt{9; 0,22222...}$

¿Sabías qué?

Los números racionales son aquellos que se pueden representar mediante una fracción, por ello es que los decimales que pertenecen al conjunto de los racionales se pueden escribir como fracción siempre y cuando cumplan con ciertas características.

RETO

7. Ordeno según se indica.

a) $-\frac{3}{4}; -1{,}73; \sqrt{3}; \pi$

.... > .... > .... > ....

b) $\sqrt{2}$; 1,4 ; 1,45 ; $\sqrt[3]{3}$

.... ≤ .... ≤ .... ≤ ....

8. Resuelvo las siguientes operaciones.

a) $\dfrac{0{,}12 + 0{,}24}{0{,}6}$

b) $4\dfrac{1}{2} + \dfrac{4}{0{,}2 + \dfrac{2}{3 + \dfrac{1}{0{,}5}}}$

c) $\dfrac{\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5}\right)^2 \times \dfrac{3}{31}}{21\left[\dfrac{2}{3} + \dfrac{2}{5} + \dfrac{2}{7}\right] \times \dfrac{1}{71}}$

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 4. **Ecuaciones e inecuaciones con números racionales**

***Respondo** la siguiente pregunta.*

¿Cómo puedes aplicar ecuaciones para resolver una problemática socio ambiental?

¿Sabías qué?

Si se multiplica o divide un número real negativo en una desigualdad el sentido de esta cambia. Es válido para expresiones similares con >, < y ≥ , ≤

9. Resuelvo las siguientes ecuaciones.

a) $4 - 2x = 3x - 14$

b) $x + \frac{3}{2} - \frac{2x+3}{7} = \frac{4}{3}x$

c) $\frac{3x-2}{4} - \frac{5x-1}{3} = \frac{2x-7}{6}$

d) $\frac{2x}{x+1} + 2 = \frac{1}{x-1}$

RETO

10. **Resuelvo** las siguientes inecuaciones.

a) $x + \frac{2}{3} \leq 2x + \frac{3}{4}$

b) $\frac{x}{3} + \frac{x-2}{4} + \frac{x+3}{9} < 3$

c) $\frac{3x}{6} + \frac{x-6}{3} \geq -2$

d) $\frac{3x}{6} + \frac{2x+1}{6} - \frac{1}{2\left(\frac{27+5x}{15}\right)} < 0$

Desarrollo de competencias digitales

¿Qué aplicación dogital emplearías para poder resolver una ecuación con una incógnita y realiza un ejemplo?

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 5.

Problemas con números enteros, racionales e irracionales

Respondo *la siguiente pregunta.*
¿Qué pasos debo seguir para poder resolver un problema?

11. **Resuelvo** los siguientes problemas.

a) Un minero descendió verticalmente por una cueva subterránea 23 metros y se detuvo. Para llegar al fondo de la cueva, bajó tres veces la misma distancia. ¿Cuál es la profundidad de la cueva?

b) La siguiente tabla representa las temperaturas promedio de cuatro meses en cierto punto de la Cordillera de los Andes. **Ordeno** los meses de menor a mayor temperatura.

Temperaturas mensuales	Menor a mayor temperatura
Enero = 35 °C	
Marzo = 20 °C	
Mayo = -13 °C	
Julio = -18 °C	

c) **Coloco** los números del 1 al 9, sin repetir, de tal manera que las cuatro expresiones cumplan las igualdades. ¿Cuál es el máximo valor de (a+b)?

a	-		=		
					x
	÷		=		
					=
b	+		=		

12. **Resuelvo** las operaciones y **verifico** el resultado. ¿Puedo resolverlas de una manera diferente y en menos pasos?

a) $\sqrt{14^2 - 12^2} + (6 - 4)^2 \cdot 8 - \sqrt{(10 - 8)^2}$

b) $2 + \{8 \cdot (8 - 6) + [(3 + 4) \div 7 - 5 \times 6 \div 10] - 5\}$

c) $\sqrt{2 \times 36 + 576 \div 8 \left\{\left(\sqrt{9} - \sqrt{4^2}\right) - [7 + (8 - 2) - (5 - 4) + 6]\right\}}$

Desarrollo de competencias financieras

Realizo *un libro diario con los ingresos y gastos de tu familia cada mes y como plantearías un ahorro.*

13. **Resuelvo** los siguientes problemas y **verifico** la respuesta.

a) ¿Cómo reparto 4 000 dólares entre dos personas de manera que la primera reciba 450 dólares más que la segunda?

b) A Pedro le preguntan por la nota de su examen, y él responde: "Si cuadriplico mi nota y resto 40 tendría lo que me hace falta para llegar a 10". ¿Qué calificación sacó?

RETO

14. **Resuelvo** los siguientes problemas y **verifico** si la solución tiene sentido en el contexto del problema.

a) Si el número de libros de un estante se disminuye en 12, y esta diferencia se divide entre 7, resulta mayor a 3. ¿Cuál es el menor número de libros que puede haber en dicho estante?

b) La décima quinta parte del número de caballos de mi establo más 7, es más que 17. ¿Cuántos caballos, como mínimo, hay en el establo?

c) Juana vende 1 500 aguacates y le quedan más de la mitad de los que tenía. Luego vende 750 y le quedan menos de 300. ¿Cuántos aguacates tenía?

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 6.

Miscelánea de orden, operaciones y problemas con números reales

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Por qué los números reales no tienen principio ni tienen fin y ***menciono*** *dos ejemplos en la naturaleza?*

15. Represento en la recta númerica los siguientes números.

a) $0,25; -\sqrt{7}; \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{2}{3}$

b) $0,666...; -\frac{3}{8}; \sqrt{5}; -\sqrt{\frac{3}{4}}$

16. Ubico tres fracciones que se encuentren entre los números dados.

a) $\sqrt{7}$ ≥ .... ≥ .... ≥ .... $\sqrt{10}$

b) -2 ≤ .... ≤ .... ≤ .... $-\sqrt{3}$

17. Resuelvo las siguientes operaciones en una hoja y **coloco** el resultado en el espacio asignado.

a) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{3} + 2\right)$ Resultado: ....

b) $1 + \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4} - 3\cdot\frac{8-1}{4}$ Resultado: ....

c) $\left[3 - \frac{4}{5} \div \left(1 - \frac{3}{4}\right) + 2\right]\cdot\frac{1}{3} - \frac{2}{5} \div 3 - \frac{1}{4}$ Resultado: ....

18. **Resuelvo** los siguientes problemas en una hoja y **coloco** el resultado en el espacio que corresponde.

a) Juan canceló un terreno en $ 4 300 y le falta pagar el 20 % del precio total. ¿Cuánto le costó en total el terreno?

b) A los 25 años, Pamela tuvo quintillizos; hoy las edades de los 5 suman 75 años. ¿Cuál es la edad de cada hijo?

c) Ahora tú tienes 14 años, y cuando tú tengas la edad que yo tengo la suma de nuestras edades será igual a 63 años. ¿Cuántos años tengo?

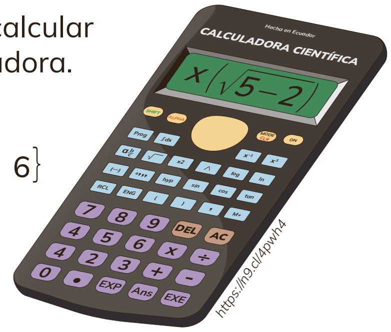
19. **Resuelvo** los siguientes problemas.

a) ¿Cuántos números enteros existen que sean mayores a 100 y su quinta parte más 17 sea mayor o igual a su tercera parte menos 1?

b) La cuarta parte del triple de la edad de Mauricio ha disminuido en 1, es menor que 35; mientras que el cuádruplo de la edad de Mauricio aumentada en 8, excede a 56. ¿Cuál es la edad de Mauricio?

c) **Hallo** el mayor número entero y positivo que, aumentado en sus tres cuartas partes, es menor o igual que la quinta parte del doble del número aumentado en 3.

20. **Utilizo** la jerarquía de las operaciones con números enteros para calcular el valor de a. **Verifico** el resultado, puedo ayudarme de una calculadora.



a) $3 \times \{\sqrt{(5-2)(7-a)} - (5-3) + (8-3) - [6 - (7-2) + 8] - 6\}$

b) $-6 + (8-3) - [4 + (6-3) \times a - 8] + 3\{9 - (6-4)\} = -16$

21. **Formulo** una operación combinada que tenga las siguientes características.

- Tres multiplicaciones
- Dos divisiones
- Tres radicales
- Cuatro potencias
- Cinco signos de agrupación

Desarrollo de competencia digitales

La generación de algorítmos de resolución es de gran importancia para poder resolver problemas estos son muy utilizados en la informática y en la programación, menciona como sería los pasos o el algorítmo para poder destruir los signos de agrupación

22. **Formulo** un problema para cada una de las operaciones planteadas, **utilizo** el contexto dado. **Resuelvo** y **verifico** mi respuesta.

$$100N = N + 2\,475 \longrightarrow \text{VENTAS}$$

$$\frac{2x - 1}{5} - \frac{3x - 13}{10} \geq \frac{5x + 1}{3} \longrightarrow \text{EDADES}$$

23. Observo la siguiente operación y **contesto** las preguntas planteadas.

$$\frac{3}{2} - 2 \div \frac{1}{5} - \frac{3}{4} = \frac{10}{11}$$

a) **Identifico** la propiedad que no se ha empleado de la manera correcta al resolver la operación.

b) **Expreso** la operación con paréntesis de manera que el resultado sea correcto.

24. **Utilizo** regla y compás, **compruebo** que $2\sqrt{7} < 3\sqrt{5}$. **Realizo** un gráfico en la recta numérica.

25. **Leo** el problema, **completo** la información faltante y **resuelvo.**

Un vendedor compra cierto número de quintales de cebolla en $................. cada uno, y además le regalan 3 por cada.............. quintales que compra, recibiendo al final 527 quintales de cebolla.

¿Cuánto fue la inversión inicial del vendedor?.......................

Indago y profundizo

Acerca de la producción de cebolla en nuestro país y porque las ciudades del sur del país traen cebolla del país vecino Perú.

RETO

a) ¿Tiene sentido la respuesta?

b) ¿Se puede resolver de una manera diferente?

c) **Modifico** la redacción del problema de tal manera que se solucione empleando una inecuación.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

FTE.E.M.4.2.

Monomios y polinomios

¿Sabías qué?

Los polinomios son expresiones algebraicas que forman parte de la suma o resta de varios monomios.

1. Resuelvo los siguientes ejercicios.

$$P(x) = [\{[(2x - x) \cdot 2x] - x\} 2x - 2] \cdot 2x$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} x - x \left(\frac{3}{4}\right) (x - 6)$$

a) ¿Cuál es el valor de $2P(2) - \frac{1}{2}P(4)$?

b) **Explico** si es verdadera la expresión: $\frac{7}{5} \div \frac{7}{2} \cdot Q(1) \geq P(3) - Q(1)$?

c) El grado del polinomio P (x) es menor que el grado del polinomio Q (x).

RETO

2. Ubico los conjuntos numéricos en la recta numérica.

$S = \{\pi;\ e;\ -\sqrt{3}\}$

$$M = \left\{\sqrt{2-1};\ -\frac{1}{2} = \sqrt{2};\ \frac{\sqrt{2-2}}{2}\right\}$$

3. Calculo las siguientes expresiones.

$P(x) = 2x^2 - 1$

a) $D = P(1) - P(-1) + P(2) - P(-2)$

b) $E = \dfrac{p(2)^{p(1)}\ p(0)^{p(1)}}{p(-2) + p(-1)}$

c) $T = P(P(P(x)))$

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Notación Científica

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Cuántos millones tiene un billón y por qué esta cantidad debe expresarse en notación científica?

4. Expreso los siguientes números utilizando notación científica.

a) La masa de la Tierra es de: 5 983 000 000 000 000 000 000 000 kg.

b) La distancia de la Tierra hasta el sistema estelar Rigel Kentaurus es de: 18 820 000 000 000 000 000 km.

c) El diámetro del Universo antes del Big-Bang es de: 0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001 cm.

d) La masa de un electrón es de: 0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 920 9 kg.

5. Resuelvo los siguientes problemas en mi cuaderno de trabajo.

a) Si subo de 2 en 2 escalones y doy cinco pasos más que subiendo de 4 en 4. ¿Cuántos escalones tiene mi escalera?

b) María lee 7 páginas de un libro más de las que lee Julián cada día. Después de leer cada uno el mismo número de días, María ha leído 84 páginas y Julián solamente 35. ¿Cuántas páginas lee diariamente Julián?

c) Las monedas de 5 centavos tienen un diámetro de 21 mm y las de 50 centavos tienen un diámetro de 30 mm. Si Nicolás tiene un total de 38 monedas, ¿cuántas monedas de cada clase se necesitan para tener una longitud de 1,005 m?

¿Sabías qué?

Procedimiento para pasar un número de notación decimal a notación científica. Escriba el número dado como el producto de un número mayor o igual que 1 y menor que 10 y una potencia de base 10. El exponente de la base 10 se determina al contar el número de lugares que se movió el punto decimal.

Este exponente es: ***a)*** *positivo si se movió a la izquierda,* ***b)*** *negativo si se movió a la derecha,* ***c)*** *0 si no se movió el punto decimal.*

RETO

6. **Resuelvo** las siguientes inecuaciones y **expreso** la respuesta con un intervalo.

a) $8x + 4 > -7(x + 3) - 8$

b) $x + \frac{5}{4} < \frac{4(1 - x)}{5}$

c) $x - \frac{1}{2} < 6 + \frac{7x}{9}$

d) $\frac{x + 3}{x} - \frac{x + 3}{x} \geq \frac{4x}{3}$

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 9. **Intervalos**

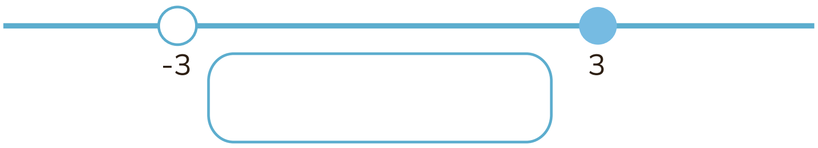
Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Si un día se divide en 12 intevalos de tiempo, cuantas horas tendrá cada inervalo?

7. Expreso de manera algebraica los siguientes intervalos.

a)

b)



c)

d)

¿Sabías qué?

El uso del intervalo es muy común en nuestras actividades diarias.

El intervalo es un subconjunto de números reales comprendidos entre dos puntos dados: a y b que se llaman extremos del intervalo, los cuales pueden o no pertenecer al intervalo.

Tema 10. Miscelánea de polinomios, inecuaciones, notación científica e intervalos

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Por qué las desigualdades podemos representarlas por medio de intervalos?

8. Marco con una X los polinomios de grado 2.

- [ ] $Q(x) = a^4b^4x^2 - (a^3 + b^3)x + a^2b^2$
- [ ] $P(a) = a^4b^4x^2 - (a^3 + b^3)x + a^2b0^2$
- [ ] $S(x) = a(x - 1)^2 - b^2(x + 1)(x - 1) - 5$
- [ ] $M(b) = a(x - 1)^2 - b^2(x + 1)(x - 1) - 5$
- [ ] $O(a) = a(x - 1)^2 - b^2(x + 1)(x - 1) - 5$

9. **Uno** con una línea el polinomio y su producto equivalente.

a) $15x^2 - 8xy - 12y^2$

b) $a^2 x^2 - 25 a^2$

c) $acx + ax + c + 1$

d) $6x^2 - 5xy - 25y^2 - 23xz + 20z^2$

1) $a^2 - (x + 5)(x - 5)$

2) $(3x + 5y - 4z)(2x - 5y - 5z)$

3) $(c + 1)(5x - 6y)$

4) $(3x + 5y - 4z)(2x - 5y + 5z)$

10. **Completo** con el signo >, <, ≥, ≤ según corresponda.

a) $e \; \boxed{} \; \frac{\sqrt{2}}{3}$

b) $\frac{-5\pi}{3} \; \boxed{} \; \frac{3}{\sqrt{2}}$

c) $8 \; \boxed{} \; 0^2$

d) $\frac{-\sqrt{7}}{3} \; \boxed{} \; \frac{-1{,}66666...}{\sqrt{2}}$

11. **Aproximo** los números dados, según se indica.

a) $\frac{67}{60}$ a la décima más cercana.

b) 0,0872 a la milésima más cercana.

c) $\sqrt{0{,}05}$ a la centésima más cercana.

d) $7^{0{,}25}$ a la décima más cercana.

12. **Racionalizo** las expresiones dadas.

a) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$

c) $\frac{2}{3^7-\sqrt{2^4}}$

13. Expreso en la forma extensa (notación decimal) los siguientes números.

a) La masa de un protón es de $1{,}6726 \times 10^{-27}$ kg.

b) Un año luz aproximadamente es $9{,}4608 \times 10^{27}$ km.

c) La masa de Mercurio es de $3{,}3 \times 10^{23}$ kg.

d) La distancia desde Plutón al Sol es de $5{,}91 \times 10^{12}$ m.

14. Corrigo las expresiones para que estén escritas en notación científica.

a) Distancia de Urano al Sol: 287×10^{10}

b) Masa de un átomo de Plutonio: $0{,}39 \times 10^{-23}$

c) Diámetro de un protón: 100×10^{-13}

d) Masa de Saturno: $0{,}00568 \times 10^{29}$

RETO

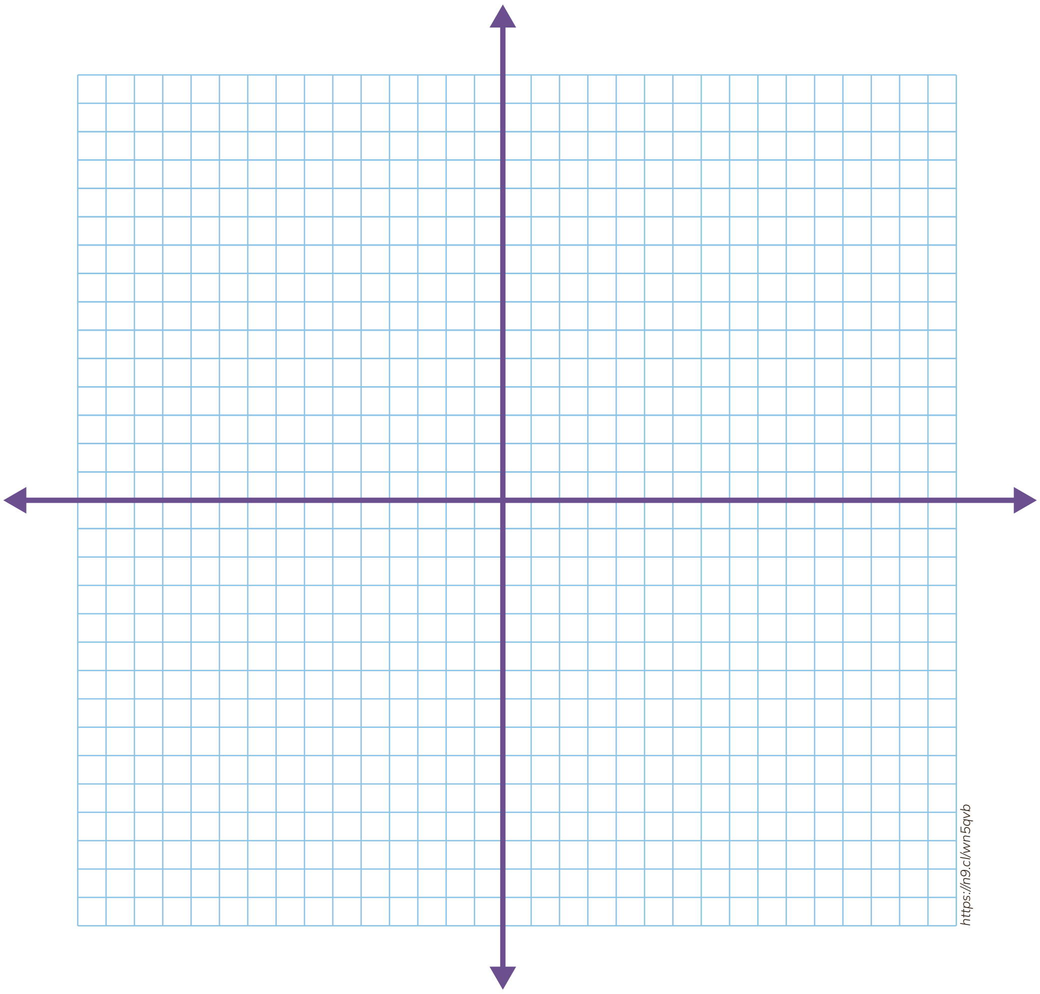
15. **Resuelvo** las siguientes inecuaciones y **grafico** la solución en el plano cartesiano.

a) $2x + 10 \leq 2x + 2 \leq x + 11$

b) $3x - 1 \geq 7 + x + x < 1 + 2x$

c) $y \leq -\frac{2}{3}; x + 2y \geq -\frac{2}{3}; x - 2y \leq \frac{2x}{3} + 2y \geq -\frac{2}{3}x - 2$

d) $x > y; x + y > 8x \geq 1; y \geq -1$



METACOGNICIÓN

4 *¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?*

3 *¿Para qué me ha servido?*

2 *¿Cómo lo he aprendido?*

1 *¿Qué he aprendido?*

Tema 11.

Productos notables, factoreo y racionalización

***Respondo** la siguiente pregunta.*

*¿Cómo **aplico** factoreo en la vida diaria?. **Explico** mi respuesta con un ejemplo.*

16. Completo los espacios en blanco para que se cumplan las igualdades planteadas.

a) $x^2 + \dots\dots + 8 = (x+2)\cdot(x+\dots\dots)$

b) $\dots\dots + 10x\ 9 = (x+\dots\dots)\cdot(x+9)$

c) $25 + \dots\dots m^2 n^2 = (\dots\dots + 5)^2$

d) $\dots\dots - 14n + \dots\dots = (7n - \dots\dots)^2$

¿Sabías qué?

Los productos notables como su nombre lo indica, son multiplicaciones algebraicas; que cumplen reglas precisas.

Cada producto corresponde a una regla de factorización que las estudiaremos a continuación.

17. Resuelvo los siguientes problemas en mi cuaderno.

a) Fernanda desea pintar una pared rectangular cuya superficie puede ser expresada como $a^{2n} - 8a^n + 15$.

- ¿Cuáles son las dimensiones de la pared?
- ¿Cuáles son las dimensiones de la pared si se sabe que $a = 5$ m y $b = 2$ m ?
- **Escribo** una expresión algebraica para calcular el costo total de pintura si con cada galón se pinta 3 m². Si el galón de pintura cuesta $ 3,5.

b) Juan desea construir una cisterna cuadrangular con un volumen de $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ expresado en metros cúbicos.

- **Factorizo** la expresión.
- **Argumento** mi respuesta de la pregunta. ¿Cuál es el valor mínimo que puede tomar x?
- **Aproximo** la respuesta a la milésima más cercana. ¿Cuál es el volumen de la cisterna si $x = \dfrac{6-\sqrt{3}}{3}$?

RETO

18. **Racionalizo** y **respondo** a las opciones planteadas.

$$\frac{1}{(\sqrt{x-1})+\sqrt{x-1+1}}$$

a) ¿Por qué en algunos casos la expresión racionalizada es más extensa que la expresión a racionalizar?

b) **Enlisto** los pasos a seguir para racionalizar una expresión.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

19. **Respondo** las siguientes preguntas.

a) Se sabe que el diámetro del Sol es de 1 391 x 106 km. ¿Cuál sería su perímetro?

b) La masa de un átomo de plutonio es de 3,9 x 10^{-22} g, y la masa de la Tierra es de 5 983 x 10^{24} kg.

¿Cuántos átomos de plutonio se necesitan para ocupar la misma masa de la Tierra?

c) El tamaño promedio de cierto virus es de 2×10^{-8} cm y el de una bacteria es de 2×10^{-6} mm.

¿Cuál de los dos organismos tiene mayor tamaño?.

¿Cuántas veces es más grande?.

d) La luz recorre $1{,}08 \times 10^{5}$ km en una hora.

¿Cuánto se demora en llegar una onda-partícula de luz desde el Sol a Saturno, si la distancia entre estos cuerpos celestes es de $1{,}43 \times 10^{12}$ m?.

20. Simplifico las siguientes expresiones a su forma más simple. **Resuelvo** en mi cuaderno.

a) $$\sqrt[a]{\frac{2^{a+1}}{\sqrt[a+2]{4\sqrt{2^a}}}}$$

c) $$\frac{\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}{\sqrt{\sqrt{125}}\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}}$$

b) $$\left\{x^{-1}\left[x\left(x^{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{5}}\right\}^{-4}$$

d) $$\left[\left(-2^{3}\right)^{-2}\right]^{0,5}\left[\left(-0,5\right)^{0,75}\right]^{-4}$$

e) $$\sqrt[\frac{x}{y}]{mn}\;\sqrt[x]{mn}\left(\sqrt{mn}\right)^{\frac{2y}{x}}\left(m^{\frac{1}{x}}\,n^{\frac{1}{y}}\right)^{-2y}$$

https://n9.cl/t2qwd

21. Averiguo las condiciones que deben cumplir a y b para que su solución sea considerada en el sistema de inecuaciones. **Resuelvo** en mi cuaderno.

$$6x \leq 12$$
$$ax > b$$

a) 0

b) [-6; -3[

c) 4

d)]- ∞; -4

EVALUACIÓN SECCIÓN 2

1. Ubico los siguientes valores en una recta numérica $18, -6, -15, \sqrt{7}, \sqrt[3]{6}, 1$.

2. Resuelvo la siguiente operación combinada por dos caminos diferentes y **compruebo** el resultado.

$$2 + \{8 \cdot (8 - 6) + [(3 + 4) \div 7 - 5 \times 6 \div 10] - 5\}$$

3. Resuelvo el siguiente problema. La cuarta parte del triple de la edad de Mauricio disminuido en 1, es menor que 35; mientras que el cuádruplo de la edad de Mauricio aumentada en 8, excede a 56. ¿Cuál es la edad de Mauricio?

4. Leo con atención y **respondo** a la pregunta planteada. La décima quinta parte del número de caballos de mi establo más 9, es más que 18. ¿Cuántos caballos, como mínimo, hay en el establo?

5. Se tienen los polinomios: **P(x)** *y* **Q(x)**; $P(x) = \left[\{[(2x - x) \cdot 2x] - x\} 2x - 2\right] \cdot 2x$; $Q(x) = \frac{1}{2}x - x\left(\frac{3}{4}\right)(x - 6)$

Cuál es el valor de: $2P(2) - \frac{1}{2}Q(4)$?

6. Resuelvo el siguiente problema. María lee 8 páginas de un libro más de las que lee Julián cada día. Después de leer cada uno el mismo número de días, María ha leído 76 páginas y Julián solamente 28. ¿Cuántas páginas lee diariamente Julián?

7. Resuelvo la siguiente inecuación y **expreso** la respuesta como intervalo. $x - \frac{1}{2} = 6 + \frac{7x}{9}$

8. Racionalizo la siguiente expresión. $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

9. La luz recorre $1{,}08 \times 10^{5}$ km en una hora. ¿Cuánto se demora en llegar una onda-partícula de luz desde el Sol a la Tierra, si la distancia entre estos cuerpos celestes es de $1{,}47 \times 10^{11}$ m?. **Expreso** la respuesta en segundos y en notación científica.

10. Racionalizo la siguiente expresión. $\left\{x^{1}\left[x\left(x^{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{5}}\right\}^{-4}$

LECTURA

Cuando todo quería poner en práctica

Gabriela Noriega
Divulgadora de la Matemática en composiciones poéticas. Tomado de https://goo.gl/C5vjBf

Cuando todo quería poner en práctica siempre debía recurrir a la Matemática.

Quería solamente dedicarme al dibujo, a la pintura, pero debía sacar proporciones y medir la altura.

Quería también dedicarme a cantar, pero debía medir el tiempo entre el canto y la música por tocar.

Creí encontrar en el baile una solución, pero si no contaba los pasos era mi perdición.

A la composición de poesías me quise dedicar, pero debía medir los versos para un gran poema lograr.

Geografía, Historia, Música, todas con la Matemática se relacionaban y en mi mente números y números se cruzaban.

Para olvidarme caminé y caminé y al mirar un letrero que decía km 5 encontré.

Miré mi reloj y una hora había demorado y en mi mente una pregunta había pasado.

Si en una hora 5 km había caminado, en 4 horas ¿cuántos km habría avanzado?

Dije entonces 1 es 4 como 5 es X, sin pensar que con una regla de tres simple me había yo de encontrar.

Multipliqué 5 por 4 y 20 me dio, despejé la X y el 1 al dividiendo pasó, la X igual a 20 me quedó, y en 4 horas 20 km habría de recorrer yo.

Luego pensando me di cuenta que con la matemática me había de nuevo encontrado, y me di cuenta que ni siquiera caminar podía hacerlo, sin ella a mi lado.

Fue en ese momento cuando su importancia descubrí y aunque a veces me cansaba, las tablas aprendí.

Pero me di cuenta que aunque de ella escaparme quiera, hasta en las cosas más sencillas la Matemática espera.

Alguna vez has pensado...

¿Cómo sería nuestra vida si no tuviéramos matemáticas?

SECCIÓN 3

Objetivos:

O.M.4.3 Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.

O.M.4.5 Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país.

Temas:

1. Conjuntos, relaciones y funciones.
2. Características de las funciones.
3. Sistemas de eduaciones 2x2 y ecuaciones de segundo grado.
4. Funciones lineales y cuadráticas.
5. Proposiciones, tablas de verdad y leyes de Morgan.
6. Semejanza y congruencia de figuras geométricas.
7. Puntos y lineas notables de triángulos.
8. Escalas y simetrías.

Criterios de evaluación:

C.E.M.4.3 Define funciones elementales (función real, función cuadrática), reconoce sus representaciones, propiedades y fórmulas algebraicas, analiza la importancia de ejes, unidades, dominio y escalas, y resuelve problemas que pueden ser modelados a través de funciones elementales; propone y resuelve problemas que requieran el planteamiento de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y ecuaciones de segundo grado; juzga la necesidad del uso de la tecnología.

C.E.M.4.4 Valora la importancia de la teoría de conjuntos para definir conceptos e interpretar propiedades; aplica las leyes de la lógica proposicional en la solución de problemas y la elaboración de argumentos lógicos.

C.E.M.4.5 Emplea la congruencia, semejanza, simetría y las características sobre las rectas y puntos notables, en la construcción de figuras; aplica los conceptos de semejanza para solucionar problemas de perímetros y áreas de figuras, considerando como paso previo el cálculo de longitudes. Explica los procesos de solución de problemas utilizando como argumento criterios de semejanza, congruencia y las propiedades y elementos de triángulos. Expresa con claridad los procesos seguidos y los razonamientos empleados.

Al fin de la sección habré aprendido: Funciones lineales y cuadráticas, resolución de triángulos rectángulos, tablas de verdad y semejanza y congruencia de figuras geométricas.

FTE.E.M.4.3.

Tema 1. **Conjuntos, relaciones y funciones**

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Que característica deben cumplir dos conjuntos para que los elementos del uno esten en función de los elementos del otro conjunto?

¿Sabías qué?

La forma de representar un conjunto más adecuada depende del contexto. Por ejemplo, si estamos enumerando los elementos de un conjunto pequeño, una lista es la forma más sencilla. Si estamos representando un conjunto grande o complejo, un diagrama de Venn o una definición pueden ser más útiles.

1. Marco con una X según el tipo de relación siendo el conjunto A { 2, 4, 5, 6, 7 } y el conjunto B { 2, 4, 5, 6, 7 }.

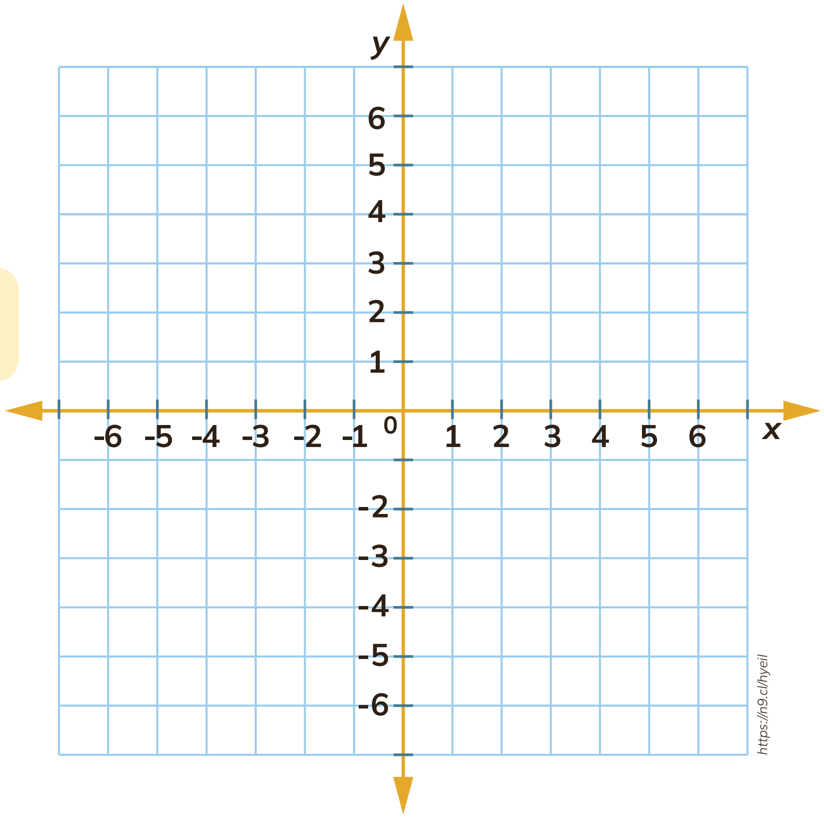
Problema	Reflexiva	Simétrica	Transitiva
Los números mayores o iguales a x			
Los números iguales a x			
Los números menores que x			
“Estar casado con...”			
R = { (2, 2), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7) }			
R = { (2, 2), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (4, 6) }			
R = { (2, 2), (4, 4), (5, 4), (4, 5), (5, 5) }			

2. Represento las siguientes relaciones como pares ordenados en el plano cartesiano.

a) **Determino** la relación de los conjuntos.

$A = \{7; 0; 3\}$ *y* $B = \{1; 5; 2\}$.

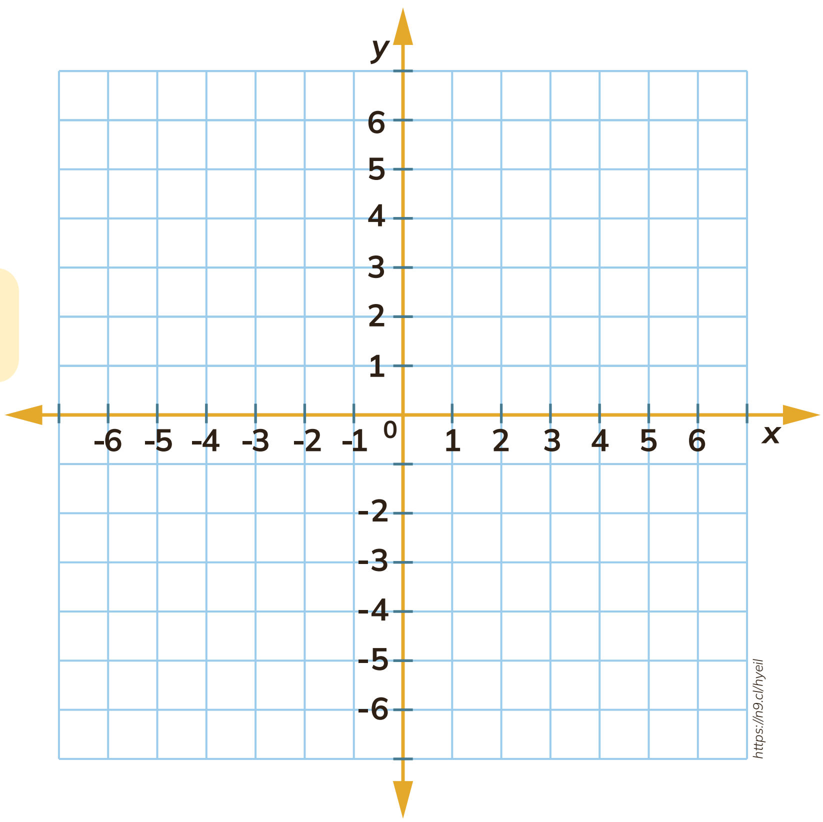
$$R_1 = \left\{(a, b) \in \frac{A \cdot B}{a} + b = 6\right\}$$



b) **Determino** la relación de los conjuntos.

$A = \{2; 3\}$ *y* $B = \{1; 4; 5\}$.

$$R_2 = \left\{(a, b) \in \frac{A \cdot B}{b} = 1\right\}$$

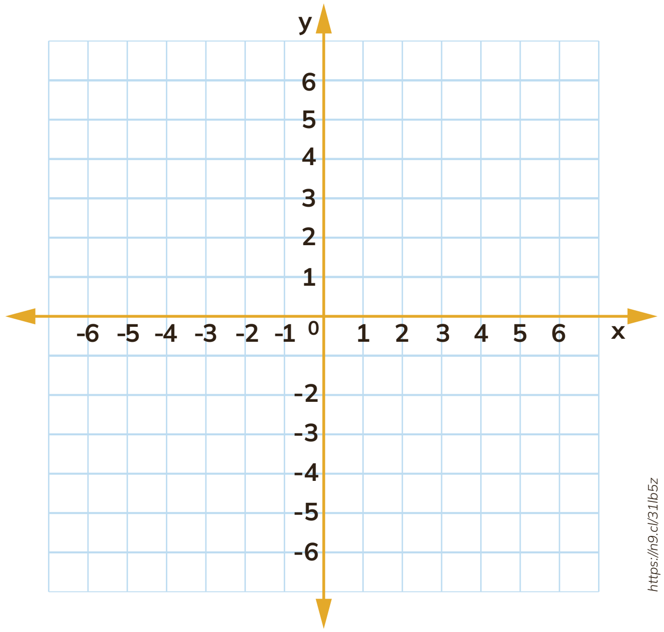


RETO

1. Determino la relación de los conjuntos.

$$A = \{2; 6; 7\} \quad y \quad B = \{2; 5; 7\}$$

$$R_3 = \left\{(a, b) \in \frac{A \cdot B}{a} = \geq b + 1\right\}$$



2. Determino el dominio y recorrido para cada una de las siguientes funciones. **Puedo** ayudarme de una gráfica.

a) $f(x) = \{(2; 3), (5, 6); (3; -4), (4; 7), (-5, 9)\}$

b) $f(x) = 3x^3 + 7$

c) $f(x) = \sqrt{2x + 7}$

d) $f(x) = \dfrac{x + 1}{x - 2}$

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Características de las funciones

¿Sabías qué?

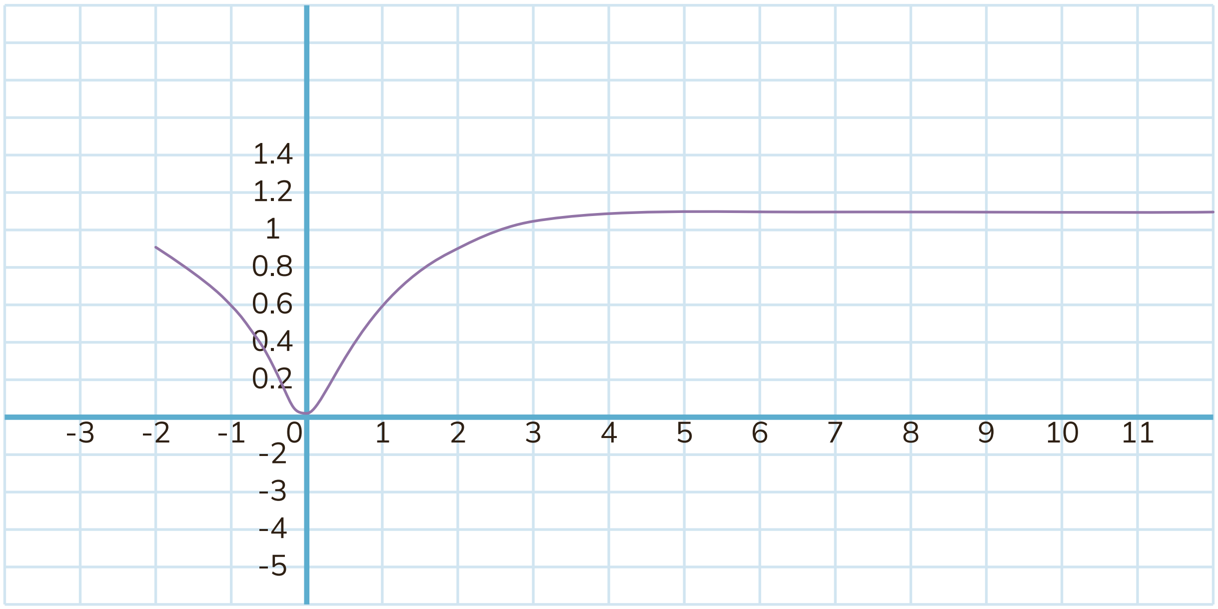
Podemos definir el crecimiento y el descenso de una función de la siguiente manera:

Una función f es creciente en un intervalo I si, para cualquier par de puntos (a, f(a)) y (b, f(b)) del intervalo I, con a < b, se cumple que f(b) > f(a).

Una función f es decreciente en un intervalo I si, para cualquier par de puntos (a, f(a)) y (b, f(b)) del intervalo I, con a < b, se cumple que f(b) < f(a).

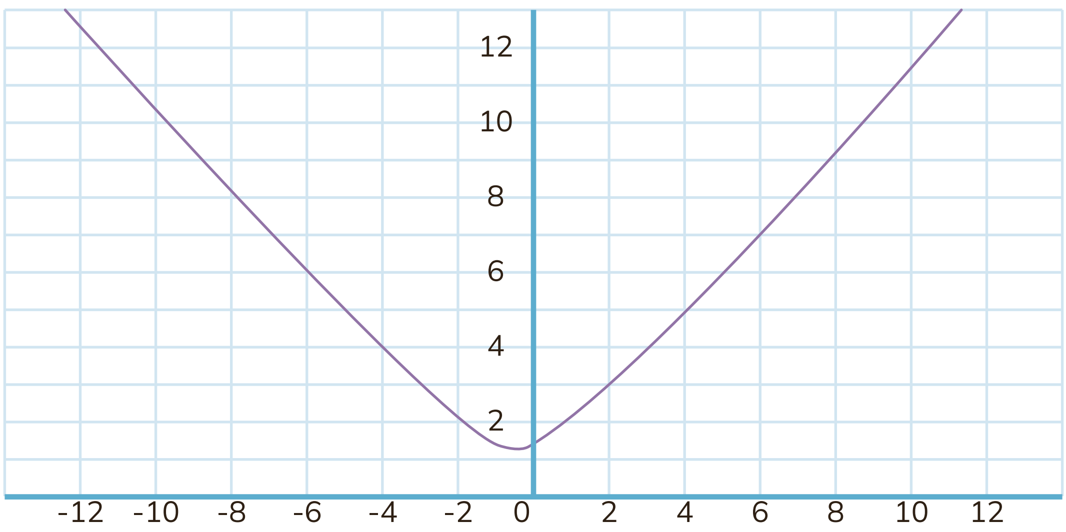
4. Elaboro un diagrama sagital donde se identifique el dominio y recorrido, para cada una de las siguientes gráficas.

a)



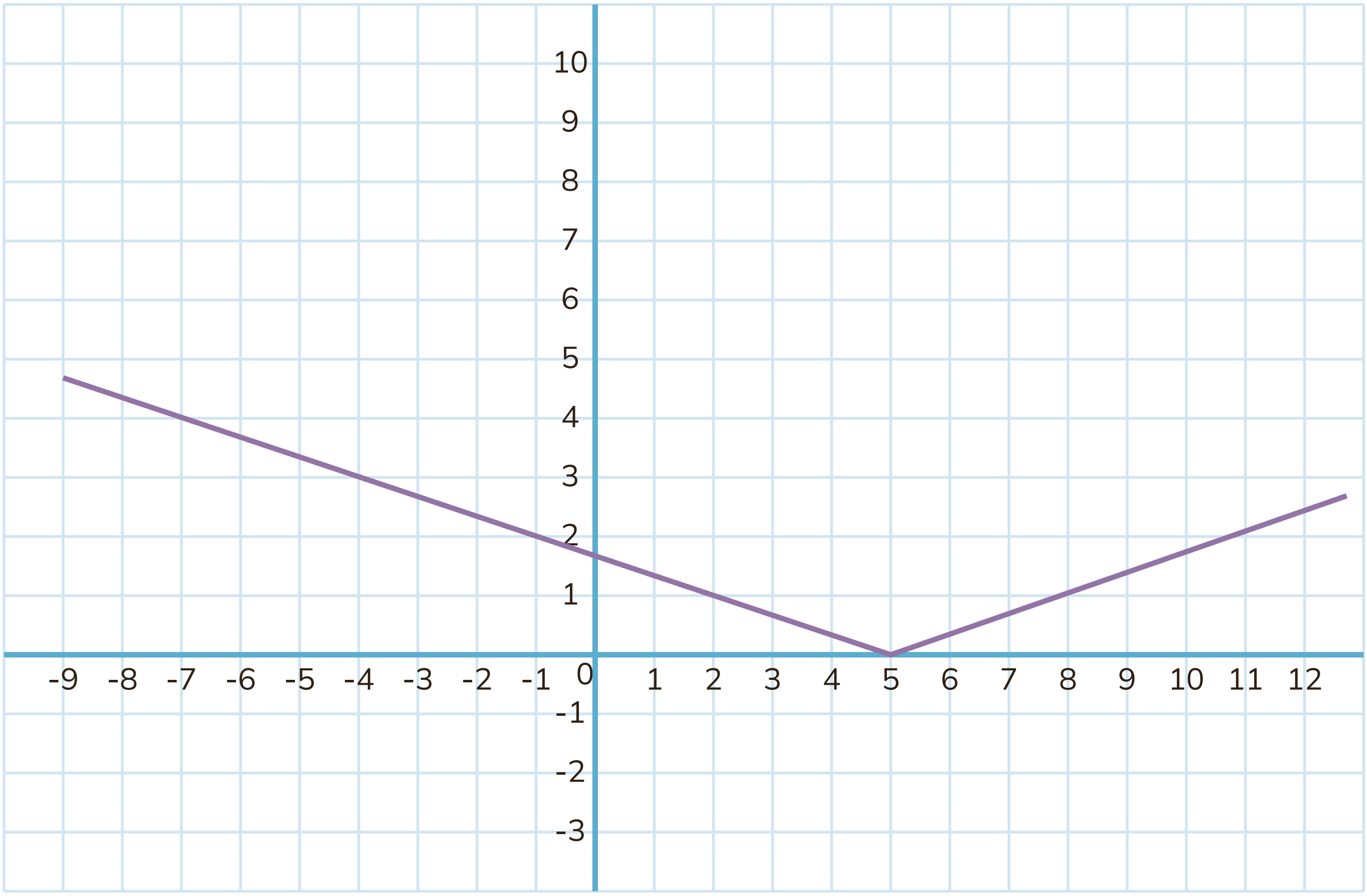
https://n9.cl/u6liov

b)



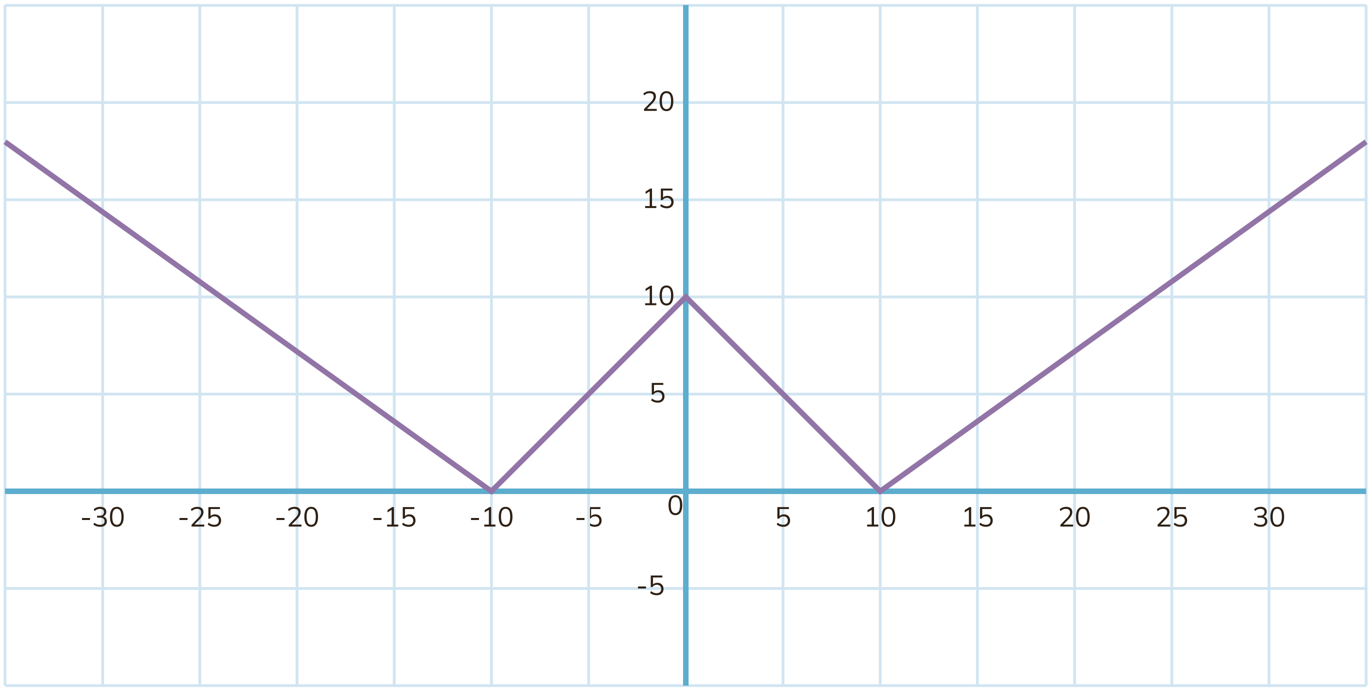
https://n9.cl/udx6g

c)



https://n9.cl/a33vv

d)



https://n9.cl/0r8ulk

5. **Escribo** una función para cada una de las siguientes situaciones, y **realizo** la gráfica respectiva en mi cuaderno.

a) El volumen de un cilindro, si se conoce que el diámetro es las dos terceras partes de su altura.

b) La longitud de la diagonal de un terreno rectangular, si uno de sus lados es 25 unidades menor que el otro lado.

c) El volumen de una caja en forma de prisma rectangular, si sus lados están en relación 2 : 3 : 5.

6. **Realizo** la gráfica de las siguientes funciones.

a)

x	-2	-1	0	1	1	3
y	-5	-1	1	5	7	9

b) $f(x) = \frac{7x}{2} + \frac{9}{8}$

7. **Grafico** una función lineal creciente y una decreciente con las condiciones indicadas.

Creciente con una de las intersecciones en el eje positivo de las x.	Decreciente con una intersección en el eje positivo de las x, y que pase por el punto (-2,0).

8. **Completo** la tabla con las características de la siguiente función.

$$f(x) = 2x^2 - 3x + \frac{36}{x}$$

Dominio		
Recorrido		
Máximo o mínimo		
Monotonía	**Creciente**	
	Decreciente	

RETO

Trabajemos por competencias...

Este tema de funciones lo vas a trabajar con tu maestra(o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

Grafico.

9. **Resuelvo** en mi cuaderno el siguiente problema.

Juan viaja en bicicleta con una rapidez constante de 12 km/h en una trayectoria recta.

a) Si se toma el tiempo desde el punto de partida, representa gráficamente la distancia que recorrerá en función del tiempo.

b) Si Juan parte 2 horas luego de que empezó el cronómetro, ¿a qué distancia se encontrará cuando el cronómetro marque 3,57 horas?.

c) Si al momento de iniciar el cronómetro Juan había recorrido 23 kilómetros, ¿cuál será el tiempo que marcará el cronómetro cuando Juan haya recorrido 50 kilómetros?.

d) **Escribo** una función lineal para cada una de las situaciones anteriores.

METACOGNICIÓN

4 *¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?*

3 *¿Para qué me ha servido?*

2 *¿Cómo lo he aprendido?*

1 *¿Qué he aprendido?*

Tema 3. Sistemas de ecuaciones 2x2 y solución de ecuaciones de segundo grado

***Respondo** las siguientes preguntas.*

¿Para que un sistema de ecuaciones sea cuadrático cuantas ecuaciones y cuantas incógnitas debe tener?

10. Resuelvo los siguientes sistemas de ecuaciones por el método indicado.

a) Método de determinante (Cramer).

$2x+3y=5$	$2x-3y=7$

b) Método de igualación.

$2x-3y=5$	$3x+4y=1$

c) Método de eliminación gaussiana.

$4x-5y=4$	$8x-10y=14$

¿Sabías qué?

Aquí hay algunos ejemplos específicos de cómo se utilizan las ecuaciones de segundo grado en el mundo real:

- ***En física:** Las ecuaciones de segundo grado se utilizan para calcular la distancia que recorre un objeto en caída libre, la velocidad de un proyectil en vuelo y el periodo de oscilación de un péndulo.*
- ***En ingeniería:** Las ecuaciones de segundo grado se utilizan para calcular la tensión en una viga, la fuerza de un cable y la estabilidad de una estructura.*
- ***En economía:** Las ecuaciones de segundo grado se utilizan para calcular el precio de un bien o servicio, la cantidad demandada de un bien o servicio y el beneficio de una empresa.*

11. Resuelvo las siguientes ecuaciones cuadráticas con el método indicado.

a) Por factorización: $10x + 11x - 6 = 0$

RETO

b) **Completo** el cuadrado: $x^2 + 10x + 16 = 0$

c) Fórmula general: $2x^2 - 3x - 1 = 0$

METACOGNICIÓN

4 *¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?*

3 *¿Para qué me ha servido?*

2 *¿Cómo lo he aprendido?*

1 *¿Qué he aprendido?*

Tema 4. Miscelánea de funciones lineales y cuadráticas

12. **Determino** por extensión las siguientes relaciones del producto A x B, e **identifico** si es una relación reflexiva, simétrica o transitiva.

$A = \{1, -3\}$ *y* $B = \{2, 3, 6\}$

a) $R = \{(x, y) \mid x + y = 3\}$

b) $R = \{(x, y) \mid y = 2x\}$

c) $R = \{(x, y) \mid y = 2x + 1\}$

13. **Resuelvo** el problema planteado y **determino** el dominio y recorrido de la función.

Una compañía telefónica tiene como pensión básica \$6,54 y por cada minuto de llamada nacional se aumentan \$0,057.

a) **Planteo** una función que represente la situación mencionada.

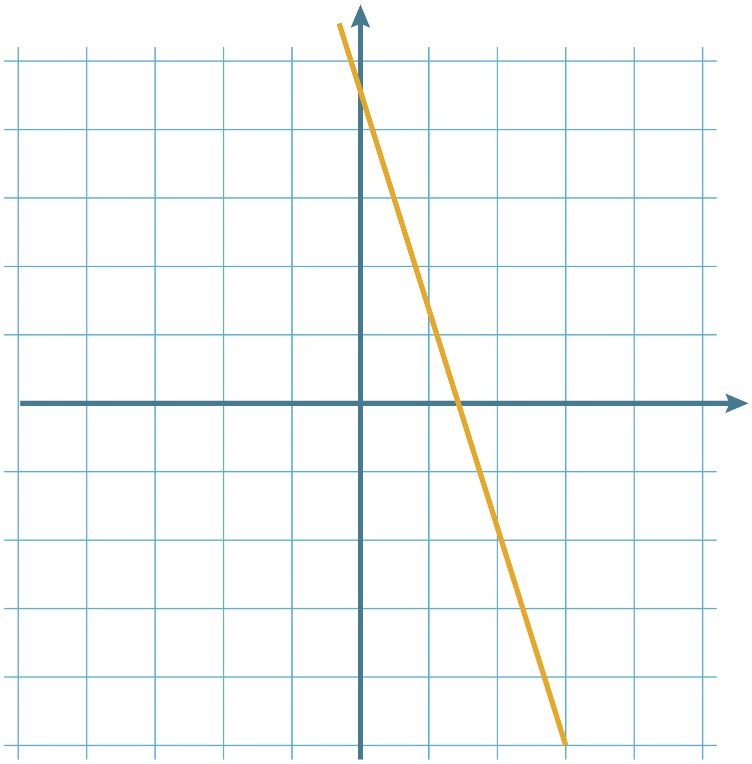
b) **Realizo** la gráfica de la función.

c) ¿Cuánto debe cancelar un usuario que empleó 1 hora y 32 minutos en llamadas nacionales?

Trabajemos por competencias...

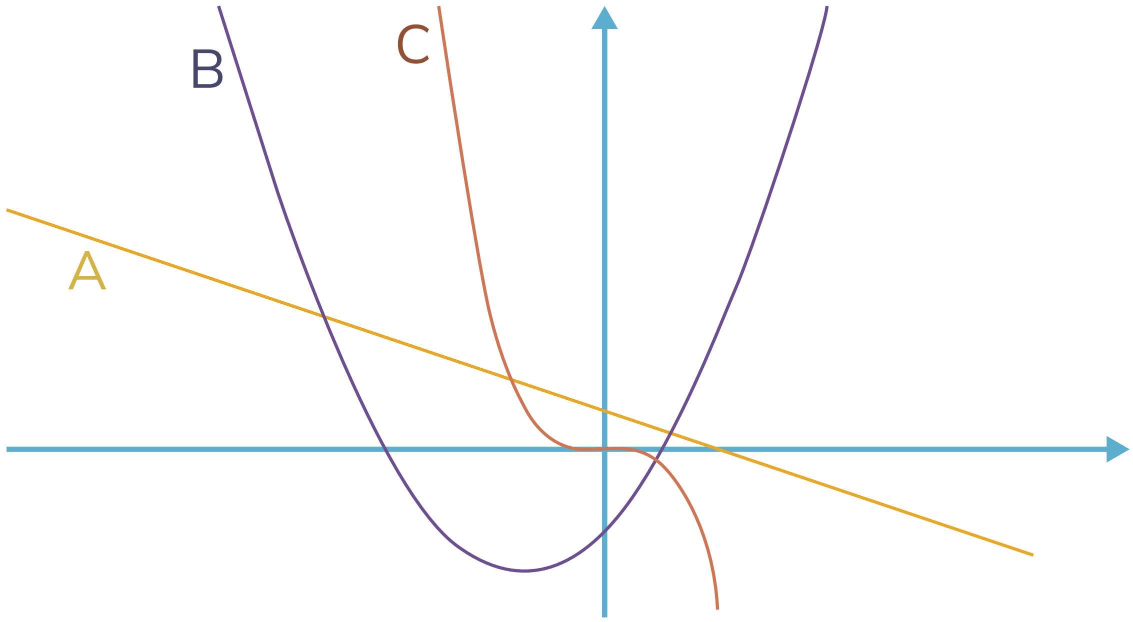
Este tema de funciones cuadráticas lo vas a trabajar con tu maestra(o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

14. **Marco** con una X y **clasifico** las siguientes funciones.

<table>
<tr><th>Funciones</th><th>Creciente</th><th>Decreciente</th></tr>
<tr><td>
https://n9.cl/tm6ns</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td><table><tr><td>x</td><td>3</td><td>-1</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>y</td><td>11</td><td>-1</td><td>2</td><td>-10</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x) = -2(-x+5) + \frac{7}{3}x + 2$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$y = -2$</td><td></td><td></td></tr>
</table>

https://n9.cl/5uxqm

15. Completo la siguiente tabla, para cada una de las siguientes funciones.



https://n9.cl/rh17x

	Potencia a la que está elevadala variable independiente	Nombre de la función	Expresión algebraica
A			
B			
C			

16. Completo la siguiente tabla de funciones lineales.

Función	Pendiente	Intersección con x	Intersección con y
$f(x) = -\frac{1}{4} + \frac{8}{7}$		$A(0;-5)$	$B\left(-\frac{1}{5};0\right)$
	$m=3$		$P(3;\ 9)$

17. **Resuelvo** el siguiente problema.

Antonio dispone de 800 metros de cerca, y desea limitar un terreno cuadrado que tenga la mayor área posible.

a) **Identifico** los datos para resolver el problema.

- Dimensiones del terreno.

Ancho: .... Largo:..

- Perímetro del terreno: .... + ... = 800 m

- Área del terreno: A = ... x ....

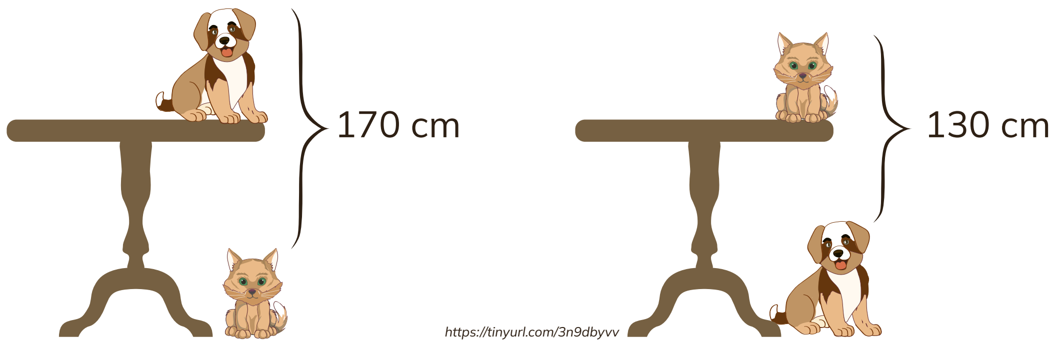
b) **Escribo** una función cuadrática con una variable que relacione el área y el perímetro.

c) **Grafico** la función cuadrática del literal anterior.

d) ¿Cuáles son las dimensiones del terreno de área máxima?

18. **Resuelvo** los siguientes problemas por dos métodos diferentes cada uno para verificar su respuesta.

a) **Calculo** la altura de la mesa a partir de los datos de la siguiente imagen.



https://tinyurl.com/3n9dbyvv

b) ¿Cuál es la clave de desbloqueo de la computadora de la imagen?

https://n9.cl/pfojd

19. **Resuelvo** los siguientes problemas.

a) Se conoce que **m** y **n** son raíces de la ecuación $\mathbf{x^2 + xy + 36}$.

Además, se conoce que $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{5}{12}$. ¿Cuál es el valor de y?

b) ¿Cuál es el valor de **p** en la ecuación $\mathbf{px^2 - (p + 1)x + (2p - 3) = 0}$?, si se conoce que las raíces son recíprocas.

c) **Calculo** la otra raíz de la ecuación $\mathbf{x^2 - (n + 1)x - 5 = 0}$, se conoce que una raíz es **2**.

20. **Analizo** la siguiente información y **resuelvo** las preguntas planteadas en mi cuaderno.

$$\text{Sea } A=\{-2, 4, 6, 8\} \text{ y } B=\{-1, 1, 4\}$$

a) **Demuestro** gráficamente que $A \times B \neq B \times A$.

b) **Escribo** una relación cuyos puntos en plano cartesiano sean los vértices de un pentágono.

c) **Determino** una relación simétrica que contenga al menos tres puntos pertenecientes a una recta oblicua.

21. **Analizo** la información presentada y **resuelvo** las preguntas planteadas en mi cuaderno.

Fabián lanza verticalmente hacia arriba una pelota desde lo alto de un edificio de 125 m de altura. Con ayuda de un cronómetro y un dron, registró en la siguiente tabla la altura que alcanza la pelota durante los primeros cinco segundos.

Tiempo	Altura
0	125
1	11,2
2	10,04
3	86,6
4	69,8
5	51

a) ¿Cuál es la altura máxima a la que llega la pelota?

b) **Utilizo** una función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ para modelar la situación de Fabián.

c) **Explico** la respuesta del ejercicio. ¿La variable independiente puede tomar valores negativos?

d) **Determino** el dominio y recorrido de la función.

e) **Realizo** la gráfica de la función.

22. **Completo** el siguiente cuadro, según la información mostrada.

	$f(X) = 2x - 1;\ x \in Z$	$f(x) = 2x - 1;\ x \in R$
Dominio		
Recorrido		
Creciente o decreciente		
Gráfica		

https://n9.cl/mx48e

Redacto tres conclusiones a partir de la tabla:

a)

b)

c)

23. **Completo** el siguiente cuadro, según la información mostrada.

a) **Mido** desde el suelo las siguientes alturas, y pongo una pequeña marca: 0,50 m; 1 m; 1,50 m; 2 m y 0,75 m.

b) **Dejo** caer un objeto desde cada una de las alturas y **mido** el tiempo de caída para cada altura.

c) **Repito** este proceso tres veces más y **registro** los tiempos en la siguiente tabla.

Altura / Tiempo	h_1;	h_2;	h_3;	Promedio
t_0;				
t_1;				
t_2;				
t_3;				
t_4;				
t_5;				

https://n9.cl/lmm7pu

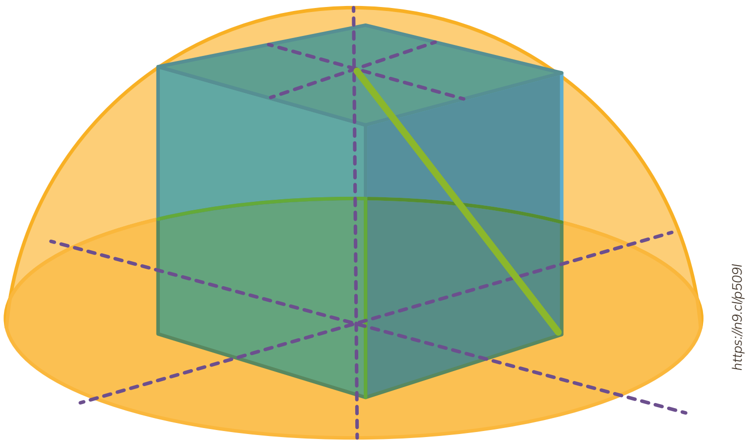
d) **Calculo** los tiempos medios (promedio) para cada altura y **registro** en la quinta columna de la tabla.

e) **Realizo** una gráfica que relacione la altura con el tiempo empleado.

f) **Formulo** una función que permita predecir el tiempo de vuelo para cualquier altura con la ayuda de una calculadora.

RETO

24. Analizo la siguiente imagen y **resuelvo** las actividades planteadas.



a) ¿Cuál es la longitud de la línea amarilla?, si se sabe que el radio de la esfera es de 10 cm.

b) ¿Cuál es el volumen del cubo inscrito en la semicircunferencia?

METACOGNICIÓN

4 ¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

3 ¿Para qué me ha servido?

2 ¿Cómo lo he aprendido?

1 ¿Qué he aprendido?

FTE.E.M.4.4.

Tema 5. Proposiciones, Tablas de verdad y Leyes de Morgan

Respondo *la siguiente pregunta.*

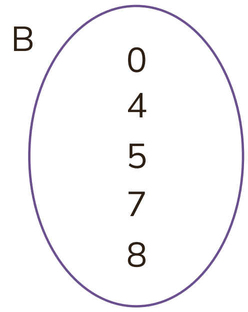
¿Cómo puedes relacionar la lógica de proposiciones con los circuitos electrónicos?

1. Realizo las operaciones indicadas con los siguientes conjuntos.

$U = \{0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 24\}$

$A = \{x \in N;\ x < 9\}$

$C = \{x \in Z \wedge x < 4\}$



a) $(A \cup B) \cap C$

b) $(A \cap C)^C \cup B$

c) $(A - B) \cap (B - A)$

d) $((A \cap B) - C)$

¿Sabías qué?

Una proposición es una oración que puede ser calificada de verdadera o falsa, pero no ambas a la vez. Las proposiciones se utilizan para construir razonamientos lógicos, y son la base de la lógica proposicional. Las proposiciones se pueden clasificar en dos tipos:

- ***Proposiciones simples:*** *Son proposiciones que no contienen otras proposiciones. Por ejemplo, "El cielo es azul" es una proposición simple.*
- ***Proposiciones compuestas:*** *Son proposiciones que contienen otras proposiciones. Por ejemplo, "El cielo es azul y el sol está brillando" es una proposición compuesta.*

2. **Represento** de manera gráfica las operaciones con los siguientes conjuntos, **utilizo** mi cuaderno de trabajo.

$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 6\}$; $\mathbf{B} = \{2, 6\}$; $\mathbf{C} = \{1, 2, 3, 6\}$

a) $(A - B) \cup (B - A)$

b) $(A \cup C) - B$

c) $A - (B \cap C)$

d) $B \cup C$

3. **Divido** cada una de las siguientes proposiciones compuestas en proposiciones simples e **identifico** las operaciones lógicas que intervienen.

a) Si Jessica va al cine, entonces no estudiará para el examen y, por lo tanto, no aprobará el curso.

b) Si Karla contesta la pregunta, entonces dicha pregunta es fácil, sin embargo, esta pregunta es fácil y engañosa, porque Karla no la contestó.

c) Es falso que las clases se suspenden o el colegio se cierra durante las vacaciones. Pero, nos han comunicado falsamente que, ni las clases se suspenden ni el colegio cierra.

Trabajemos por competencias...

Este tema de conjuntos lo vas a trabajar con tu maestra(o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

4. **Elaboro** las tablas de verdad de las siguientes proposiciones e **identifico** las que sean contingencia, tautología o negación.

a) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

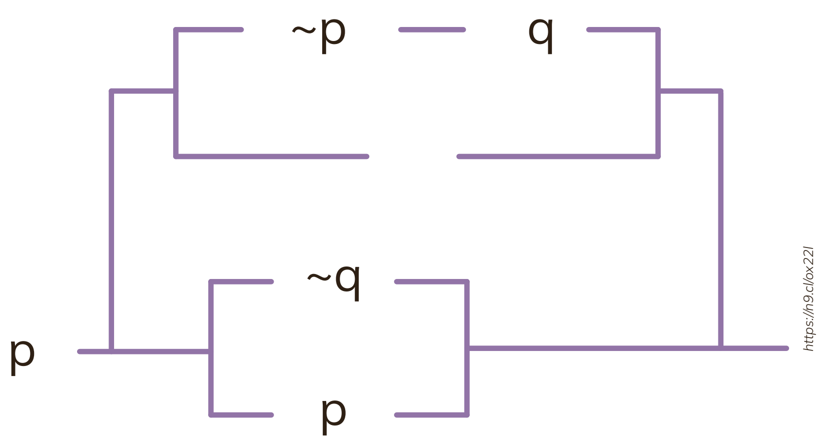
b) $\sim r \rightarrow (p \leftrightarrow \sim q)$

c) $\{(p \wedge q) \vee [(\sim p \wedge q) \vee q]\} \wedge p$

5. **Resuelvo** los siguientes problemas.

a) **Escribo** de tres maneras diferentes la negación de la proposición: "Segundo está triste porque vive lejos de su familia".

b) En uno de los planos de su casa, Diana ha mirado el siguiente gráfico.



b.1) **Expreso** el circuito como una proposición compuesta.

b.2) **Simplifico** la proposición compuesta a su forma más sencilla.

RETO

b) Si Blanca regresa de España, Víctor será feliz. El avión llegará al anochecer siempre que no haya neblina en Quito. Pero, si hay neblina en la ciudad, entonces Blanca no regresará de España.

Escribo al menos dos conclusiones, si se sabe que Blanca regresa de España.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

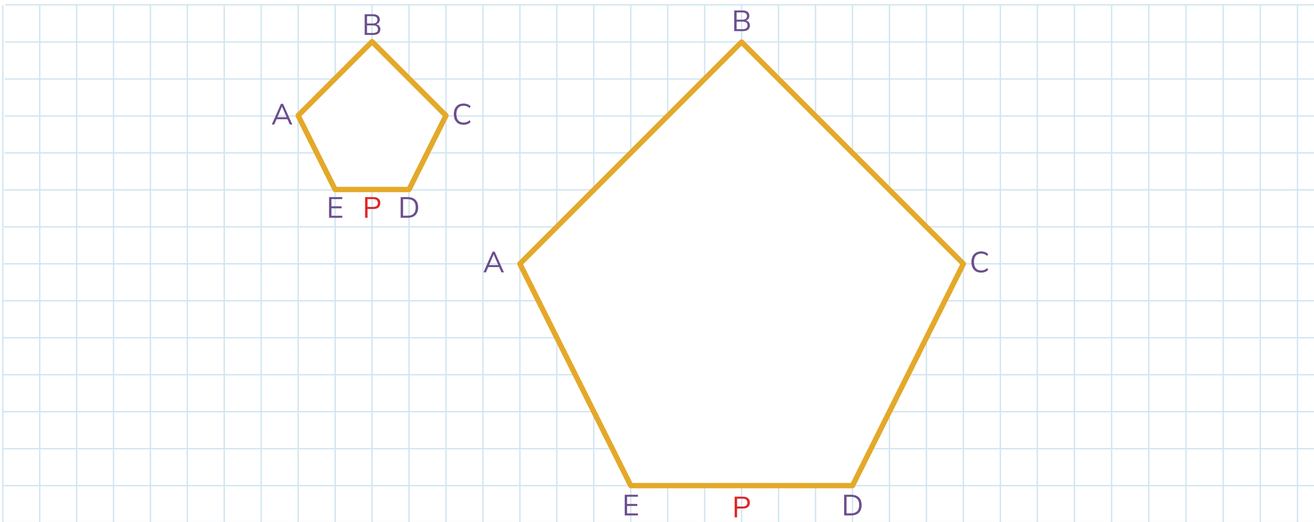
FTE.E.M.4.5.

Tema 6. Semejanza y congruencia de figuras geométricas

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Cuál es la diferencia entre semejanza y congruencia de dos figuras geométricas?.

1. Determino el factor de escala para las siguientes figuras.



https://n9.cl/0a0mr

a) **Dibujo** una figura semejante al pentágono ABCDE con un factor de escala 0,5.

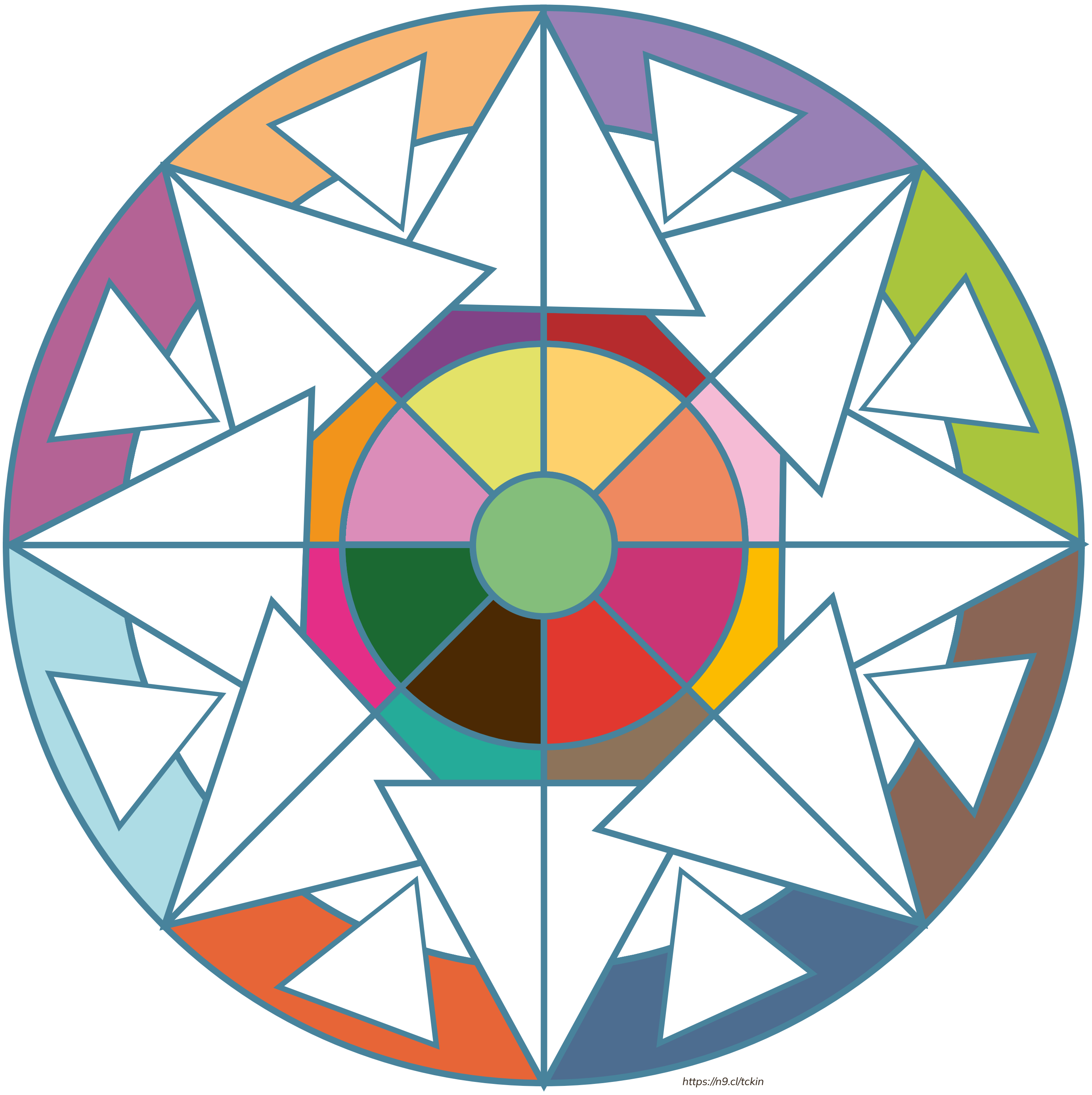
¿Sabías qué?

Hay tres criterios que se pueden utilizar para determinar si dos triángulos son semejantes.

- ***Criterio AA:*** *Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos correspondientes iguales.*
- ***Criterio LL:*** *Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados correspondientes proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual.*
- ***Criterio LLL:*** *Dos triángulos son semejantes si tienen tres lados correspondientes proporcionales.*

b) **Determino** la relación "menor que" dados los conjuntos $\mathbf{A} = \{2; 3\}$ *y* $\mathbf{B} = \{1; 4; 5\}$.

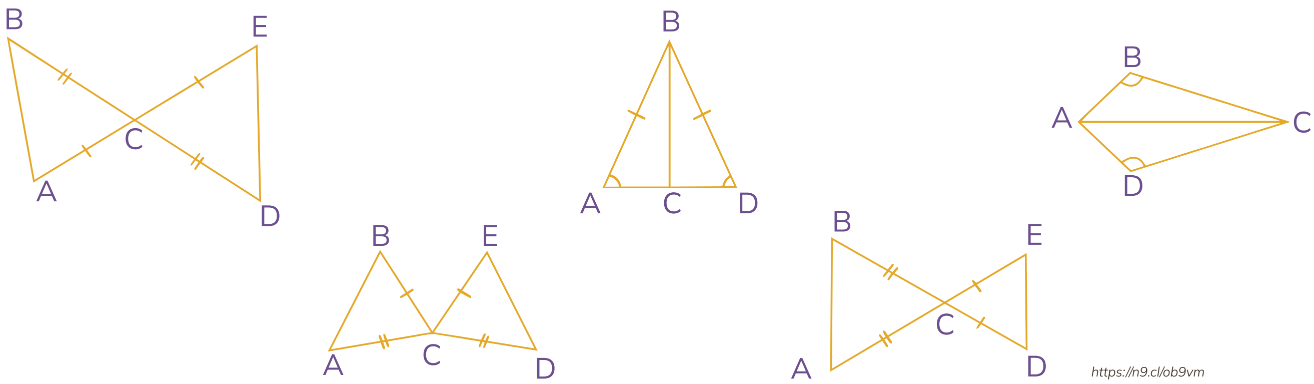
2. **Pinto** del mismo color los triángulos semejantes en la siguiente figura.



https://h9.cl/tckin

RETO

3. **Encierro** en un círculo las parejas de triángulos congruentes y **determino** la relación.



https://n9.cl/ob9vm

4. **Construyo** en cada caso, el triángulo ABC con las condiciones dadas y **escribo** el tipo de triángulo que corresponda.

a) a= 12u,
b= 9u,
c= 5u

b) a=c=5u,
∢ A=60°

c) a=13u,
∢ B=36°,
∢ C=54°

d) b=15u,
c=19u,
∢ C=37,66°

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

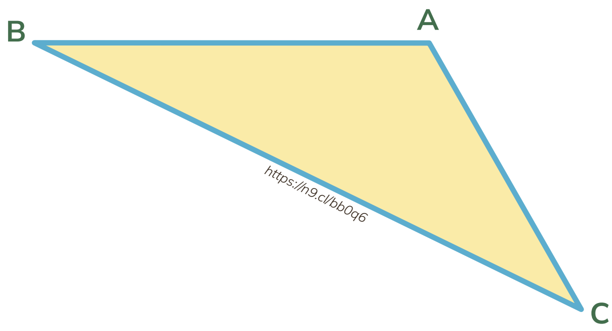
Tema 7. Puntos y líneas notables de los triángulos

Respondo *la siguiente pregunta.*

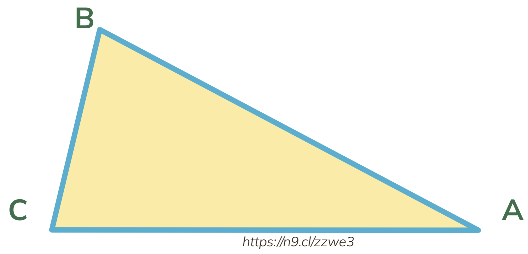
¿Cómo trazas una circunferencia interna a un triángulo que toque a sus tres lados?

6. Encuentro los puntos notables que se indican para cada triángulo mostrado.

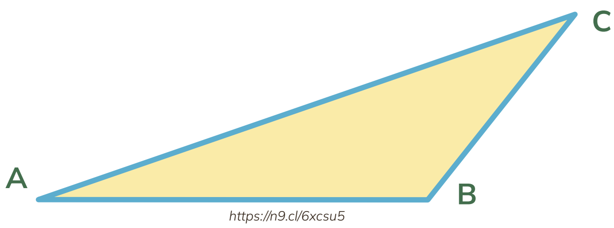
a) Incentro del triángulo ABC.



b) Baricentro del triángulo ABC.



c) Ortocentro del triángulo ABC.



¿Sabías qué?

El incentro de un triángulo es el punto de intersección de las tres bisectrices de los ángulos del triángulo. El incentro es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo, y todas las bisectrices se cruzan en el incentro.

El circuncentro de un triángulo es el punto de intersección de las tres alturas del triángulo. El circuncentro es el centro de la circunferencia circunscrita en el triángulo, y todas las alturas se cruzan en el circuncentro.

El baricentro de un triángulo es el punto de intersección de las tres medianas del triángulo. El baricentro es el centro de gravedad del triángulo, y es el punto de aplicación de la fuerza resultante de las tres fuerzas de gravedad que actúan sobre los vértices del triángulo.

Tema 8. Escalas y simetrías

Respondo *la siguiente pregunta.*

¿Por qué los mapas siempre vienen dados a diferentes escalas?

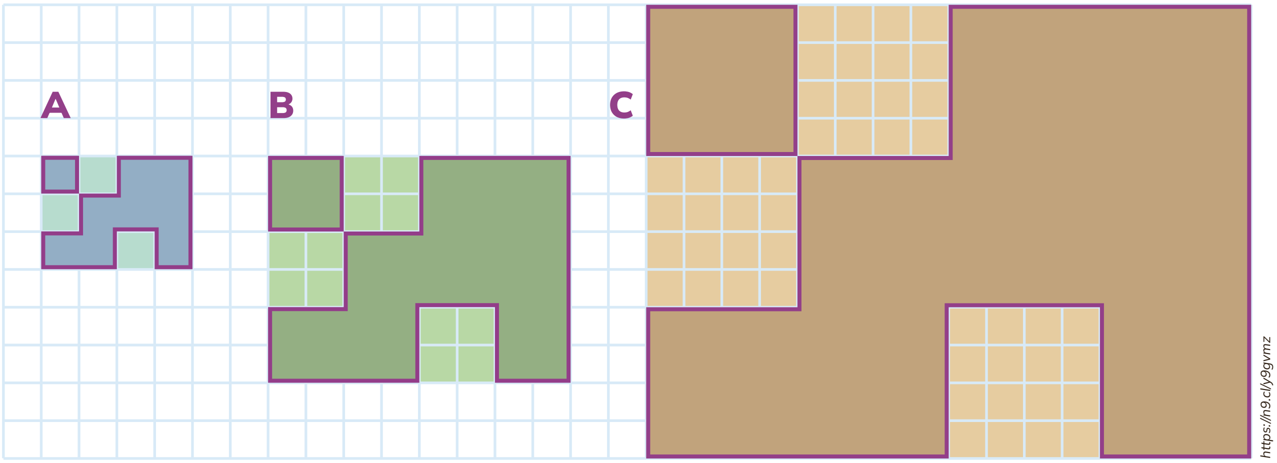
¿Sabías qué?

Las escalas se utilizan para representar objetos o lugares en un tamaño más pequeño o más grande que su tamaño real. Se utilizan en una amplia gama de aplicaciones, como la ingeniería, la arquitectura, la cartografía, el dibujo técnico y el diseño.

6. Resuelvo los siguientes problemas.

a) Juan dibuja dos rectángulos usando un factor de escala de $\frac{1}{2}$. Si se conoce que el rectángulo pequeño tiene como medidas 4 cm y 2 cm, ¿cuántos rectángulos pequeños se necesitan para cubrir la superficie del rectángulo grande?

b) **Analizo** la siguiente imagen y **respondo** las preguntas planteadas.



b.1) Si la figura B está en escala natural, ¿cuál es el factor de escala de las figuras A y C?.

b.2) ¿Cuál es el perímetro de cada una de las figuras?.

b.3) ¿El perímetro cumple con el factor de escala?.

b.4) ¿Cuál es el área de cada una de las figuras?.

b.5) ¿El área cumple con el factor de escala?.

7. Trazo las líneas de simetría para cada una de las imágenes.

a) Monumento a la Mitad del Mundo.

https://n9.cl/tsjre

b) Monumento a García Moreno.

https://n9.cl/205zqmhttps

c) Vasija de la cultura Valdivia.

https://n9.cl/8iuoe

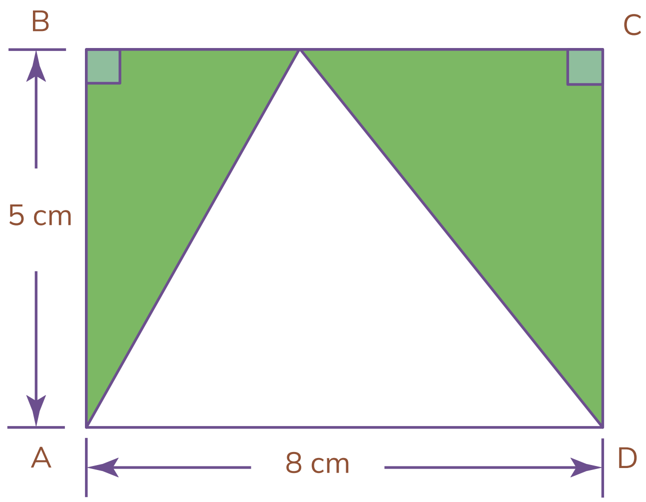
Trabajemos por competencias...

Este tema de simetría lo vas a trabajar con tu maestra(o) según el nuevo currículo centrado en la persona basado en competencias.

8. **Resuelvo** los siguientes problemas.

a) La diagonal mayor de un rombo mide 15 cm y la diagonal menor mide la tercera parte de la mayor. **Hallo** el área y perímetro de la mitad del rombo.

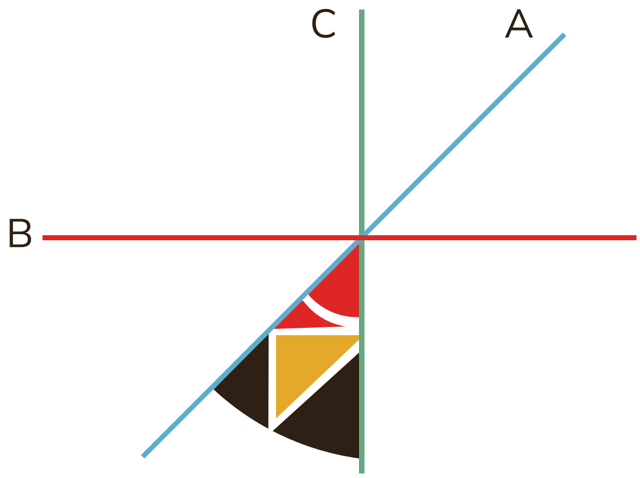
b) ¿Cuál es el área de la región de color verde?



https://n9.cl/p55pl

c) Un triángulo equilátero tiene una superficie de $9\sqrt{3}\,cm^2$. ¿Cuál es la longitud del lado del triángulo?

9. Completo la siguiente figura, usando las líneas de simetría marcadas en este orden: A, B y C.



https://n9.cl/29ska

[redacted]

[redacted]

METACOGNICIÓN

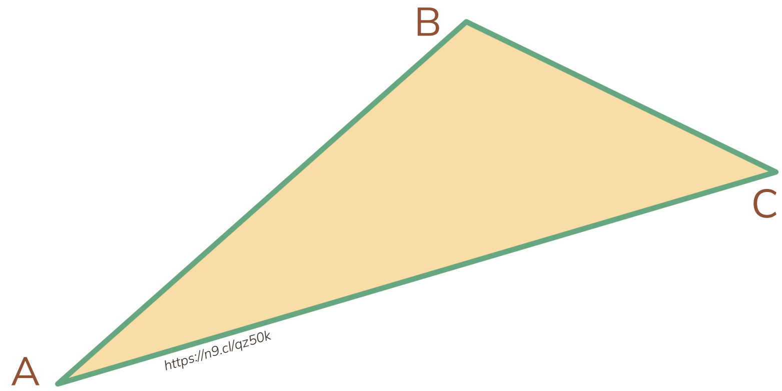
¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

10. **Observo** el triángulo ABC y **realizo** las actividades planteadas.



a) **Encuentro** el incentro, ortocentro y baricentro.

b) **Trazo** de color rojo una recta que una los puntos notables del inciso a).

[redacted]

c) **Mido** la distancia del ortocentro al baricentro y la distancia del baricentro al circuncentro. ¿Qué puedo concluir? ¿Se cumple esto para cualquier triángulo?

EVALUACIÓN SECCIÓN 3

1. Realizo la gráfica de la siguiente función.

X	-2	-1	0	1	2	3
Y	-5	-1	1	5	7	9

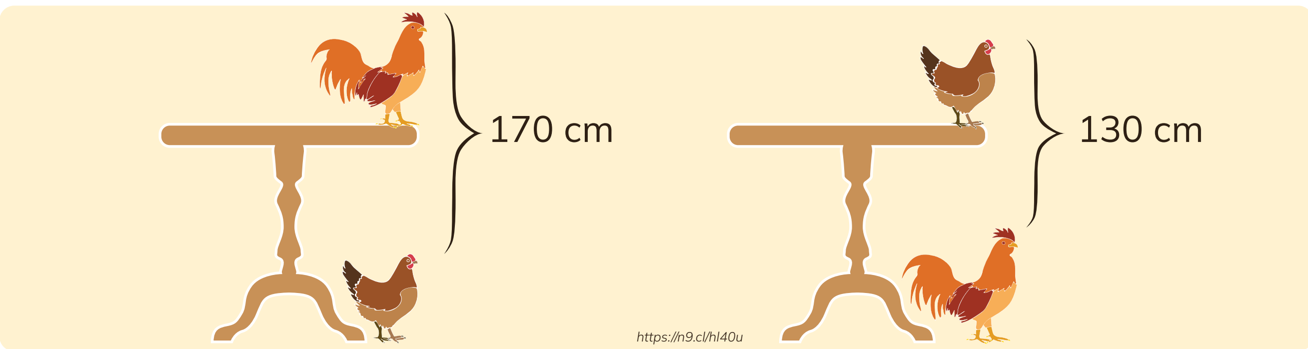
2. Completo la tabla con las características de la siguiente función. $f(x) = 2x^2 - 3x + \frac{36}{x}$

Dominio	
Recorrido	
Máximo o mínimo	
Creciente	
Drecreciente	

3. Resuelvo el siguiente sistema de ecuaciones por el método de Cramer.

$$2x + 3y = 5$$
$$2x - 3y = 7$$

4. Calculo la altura de la mesa a partir de la siguiente imagen.



5. Sean los conjuntos.

U = { 0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 24 }

A = { x € N; x < 9 }

C = { x € N; 1< x < 4 }

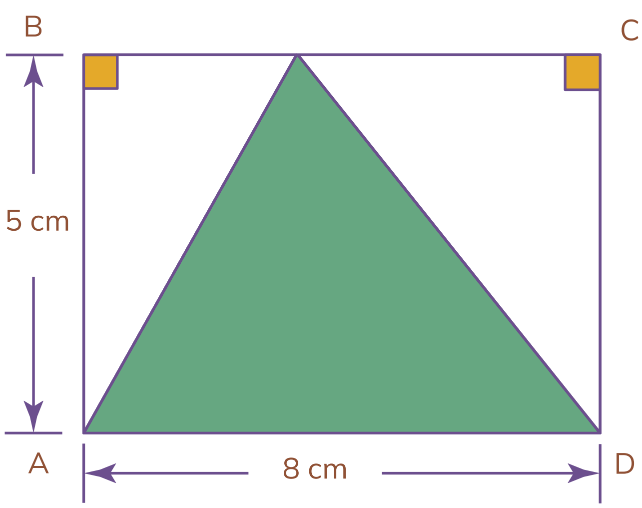
B = { 0, 4, 5, 7, 8 }

Determino

$(A \cap C)^c \cup B$

6. **Elaboro** la tabla de verdad de la siguiente proposición e **identifico** si es una tautología, contradicción o contingencia. $\sim r \rightarrow (p \Leftrightarrow \sim q)$

7. ¿Cuál es el área de la región de verde?



https://n9.cl/p55pl

SECCIÓN 4
Geometría y estadística

Objetivos:

O.M.4.5 Aplicar el teorema de Pitágoras para deducir y entender las relaciones trigonométricas (utilizando las TIC) y las fórmulas usadas en el cálculo de perímetros, áreas, volúmenes, ángulos de cuerpos y figuras geométricas, con el propósito de resolver problemas. Argumentar con lógica los procesos empleados para alcanzar un mejor entendimiento del entorno cultural, social y natural; y fomentar y fortalecer la apropiación y cuidado de los bienes patrimoniales del país.

O.M.4.6 Aplicar las conversiones de unidades de medida del SI y de otros sistemas en la resolución de problemas que involucren perímetro y área de figuras planas, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, así como diferentes situaciones cotidianas que impliquen medición, comparación, cálculo y equivalencia entre unidades.

O.M.4.7 Representar, analizar e interpretar datos estadísticos y situaciones probabilísticas con el uso de las TIC, para conocer y comprender mejor el entorno social y económico, con pensamiento crítico y reflexivo.

Temas:

1. Figuras geométricas - Triángulo rectángulo.

2. Teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas.

3. Figuras geométricas - Volumen y capacidad.

4. Datos agrupados, no agrupados y gráficos.

5. Tipos de variables, medidas de tendencia central y dispersión.

6. Introducción a probabilidades.

Criterios de evaluación:

C.E.M.4.6 Utiliza estrategias de descomposición en triángulos en el cálculo de áreas de figuras compuestas, y en el cálculo de cuerpos compuestos; aplica el teorema de Pitágoras y las relaciones trigonométricas para el cálculo de longitudes desconocidas de elementos de polígonos o cuerpos geométricos, como requerimiento previo a calcular áreas de polígonos regulares, y áreas y volúmenes de cuerpos, en contextos geométricos o en situaciones reales. Valora el trabajo en equipo con una actitud flexible, abierta y crítica.

C.E.M.4.7 Representa gráficamente información estadística, mediante tablas de distribución de frecuencias y con el uso de la tecnología. Interpreta y codifica información a través de gráficas. Valora la claridad, el orden y la honestidad en el tratamiento y presentación de datos. Promueve el trabajo colaborativo en el análisis crítico de la información recibida de los medios de comunicación.

C.E.M.4.8 Analiza y representa un grupo de datos utilizando los elementos de la estadística descriptiva (variables, niveles de medición, medidas de tendencia central, de dispersión y deposición). Razona sobre los posibles resultados de un experimento aleatorio sencillo. Calcula probabilidades aplicando como estrategia técnicas de conteo, el cálculo del factorial de un número y el coeficiente binomial, operaciones con conjuntos y las leyes de De Morgan. Valora la importancia de realizar estudios estadísticos para comprender el medio y plantear soluciones a problemas de la vida diaria. Emplea medios tecnológicos, con creatividad y autonomía, en el desarrollo de procesos estadísticos. Respeta las ideas ajenas y argumenta procesos.

FTE.E.M.4.6.

Tema 1.

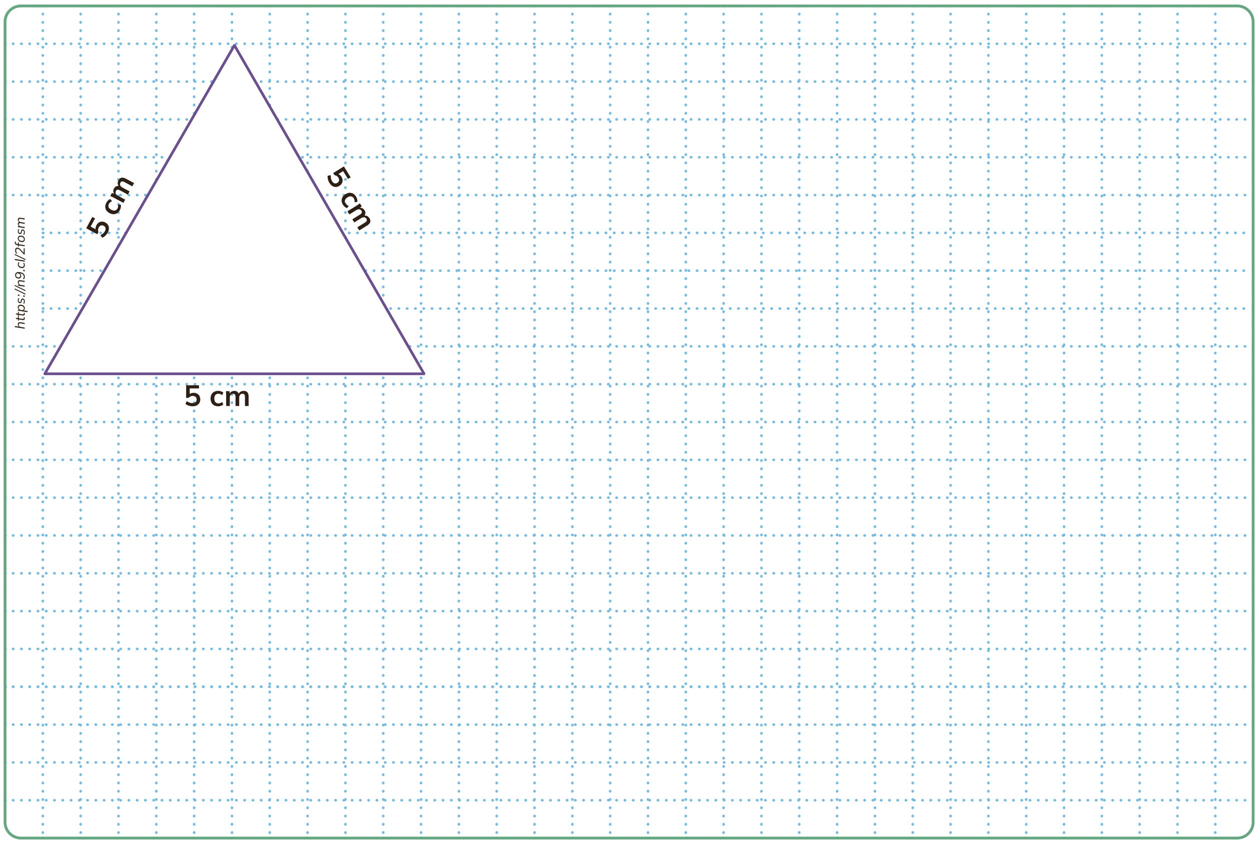
Figuras geométricas. Triángulo rectángulo

1. **Hallo** la longitud del lado solicitado en cada uno de los siguientes ejercicios.

a) **Hallo** la longitud de un cateto de un triángulo rectángulo si la hipotenusa mide 15 cm y el otro cateto 13 cm.

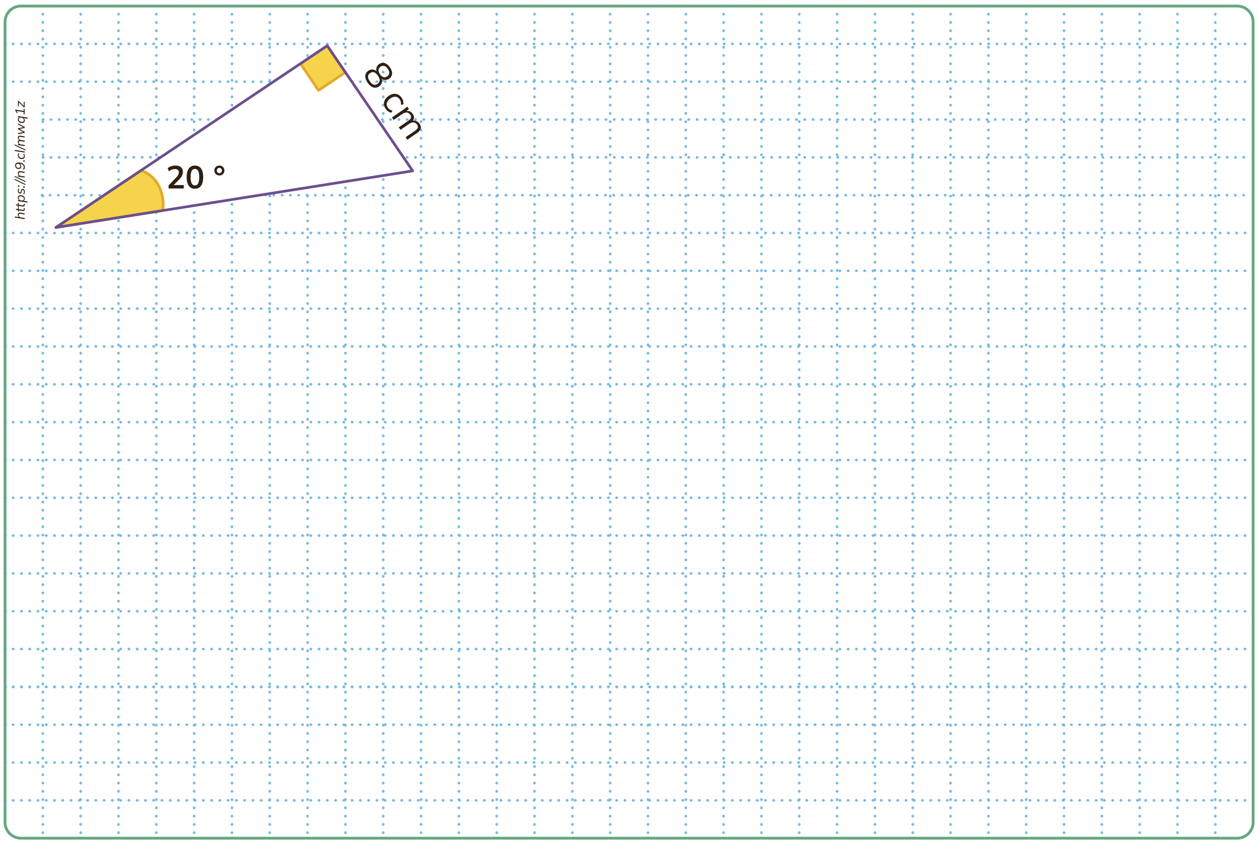
b) En un triángulo rectángulo isósceles la longitud de los catetos es de 7 cm. ¿Cuál es la longitud de la hipotenusa?

c) ¿Cuál es la altura de un triángulo equilátero de 5 cm por lado?

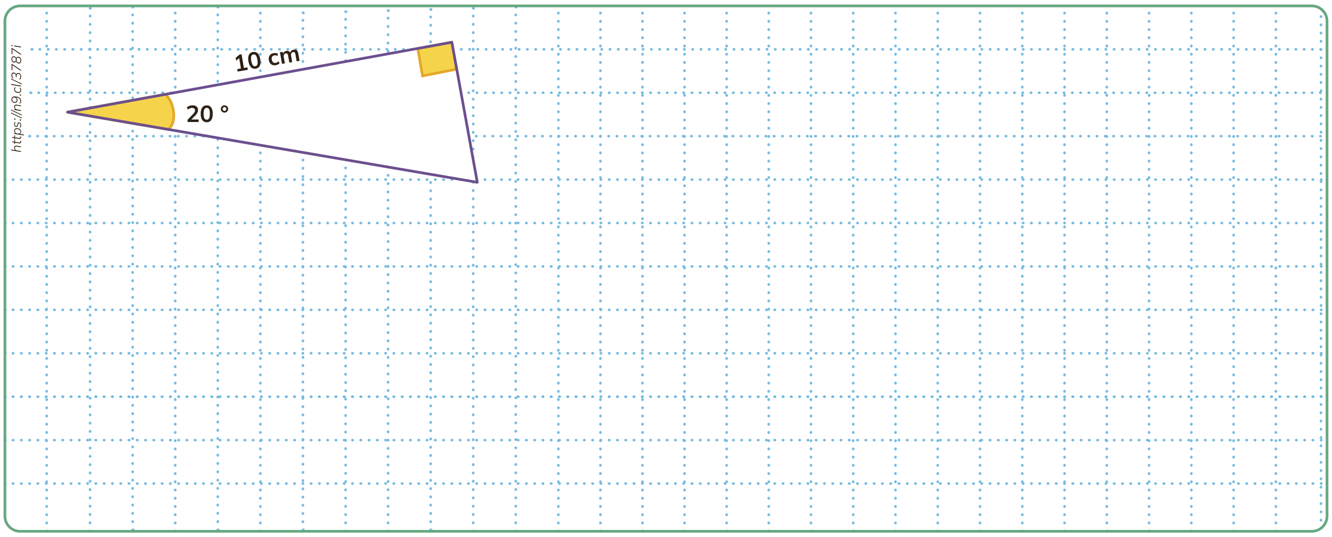


2. **Resuelvo** los siguientes triángulos.

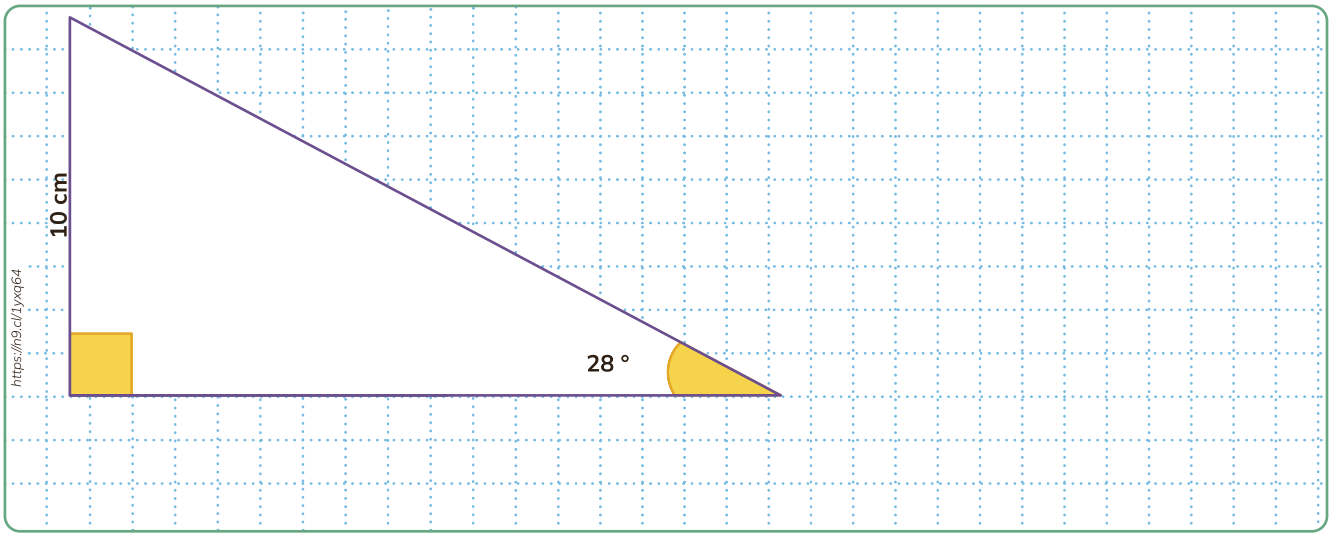
a)



b)



c)



¿Sabías qué?

"Las figuras geométricas fueron estudiadas desde la edad antigua, por grandes civilizaciones como la babilonia, egipcia y griega para resolver problemas arquitectónicos y construcción. (Mata, 2018)"

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

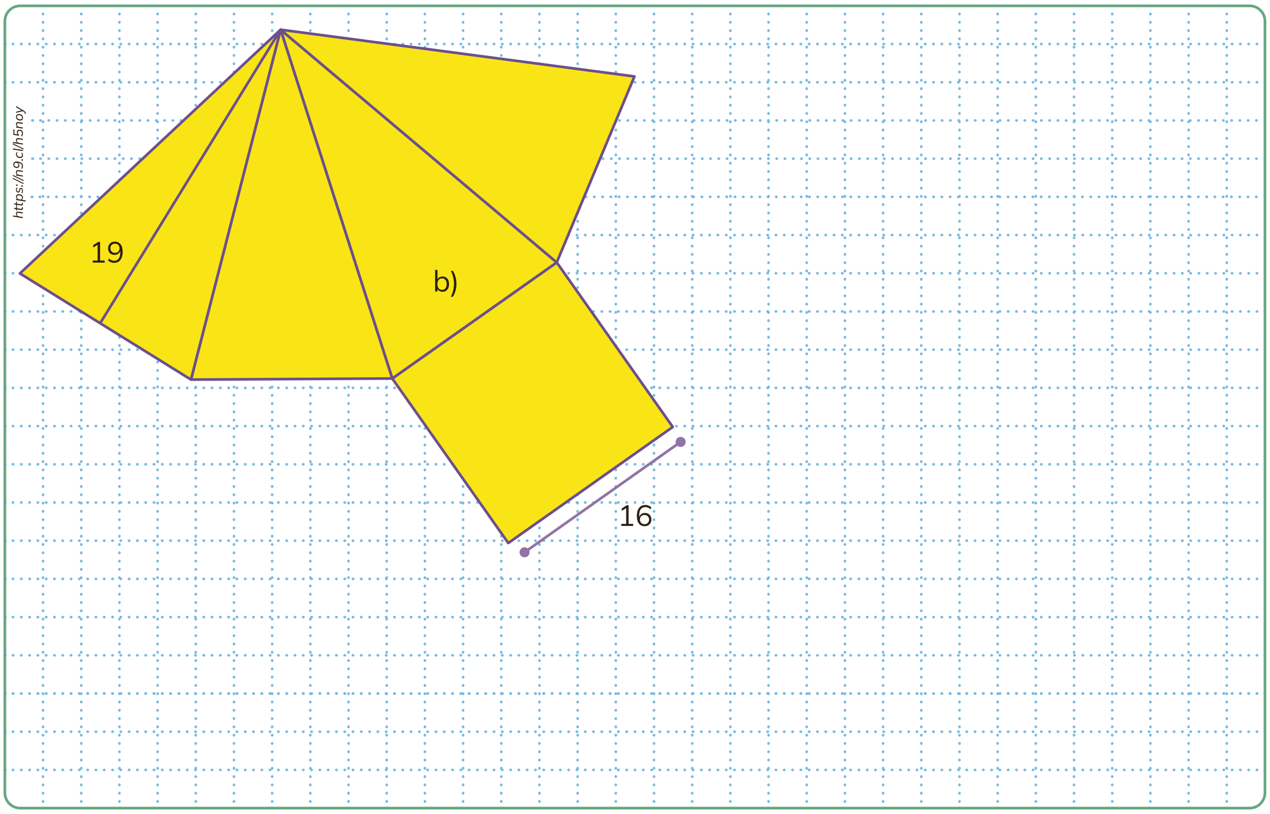
¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

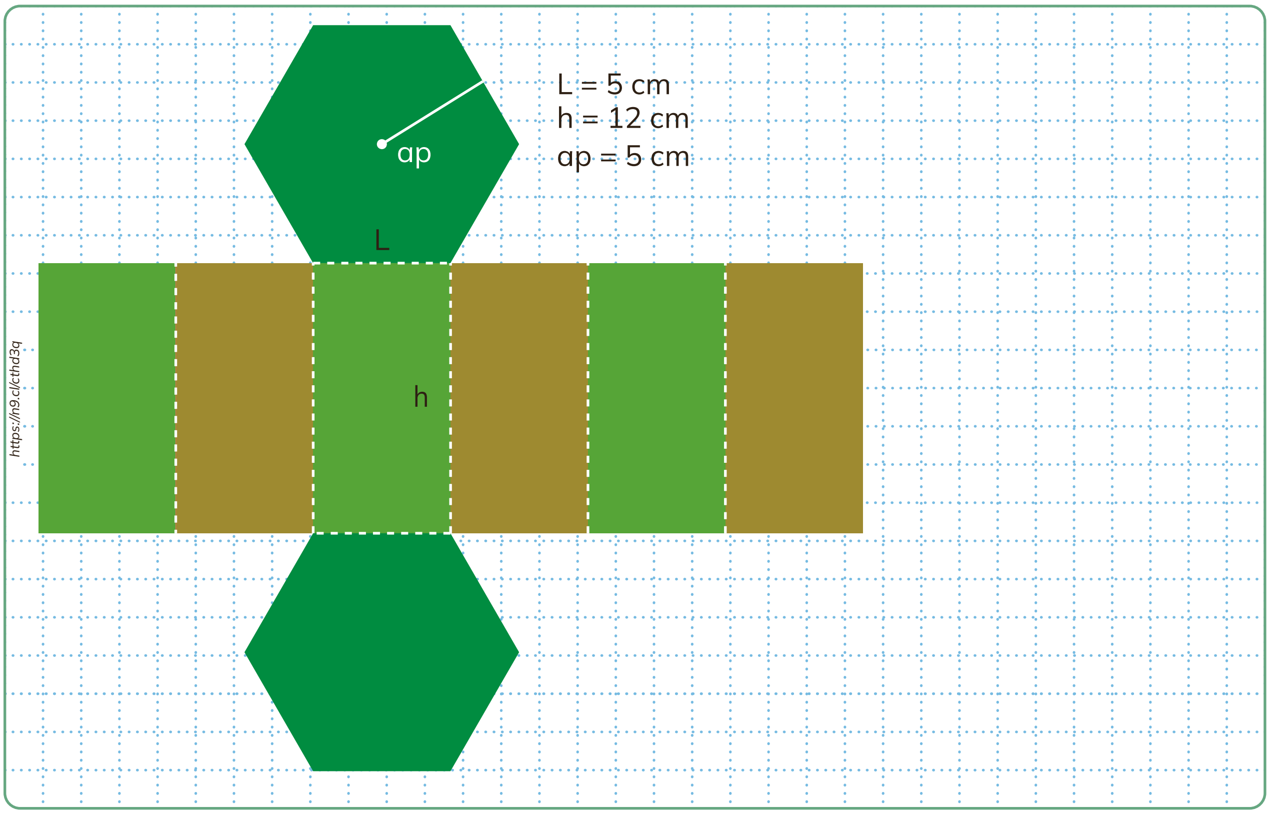
¿Qué he aprendido?

3. Calculo el área lateral y total de los siguientes cuerpos geométricos.

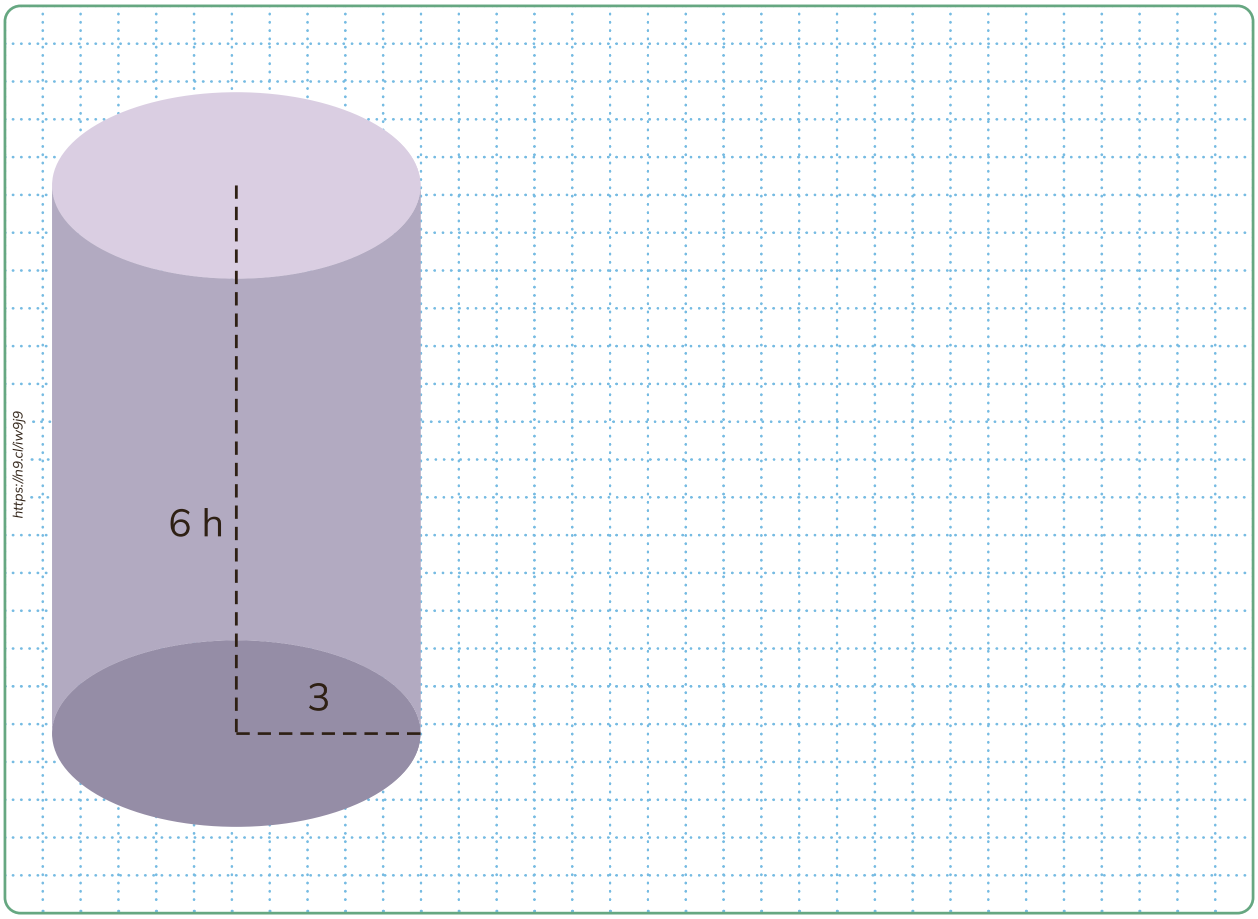
a)



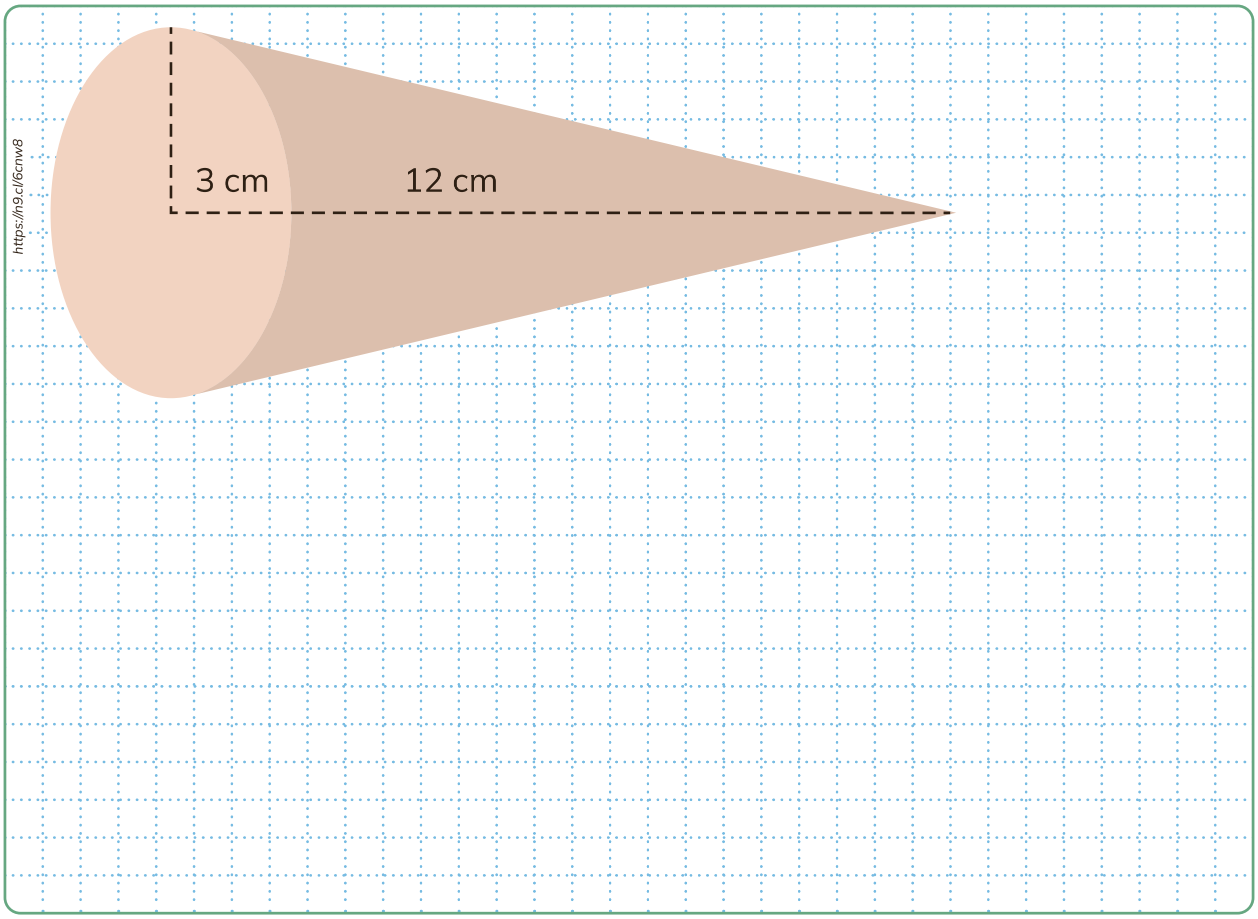
b)



c)



d)

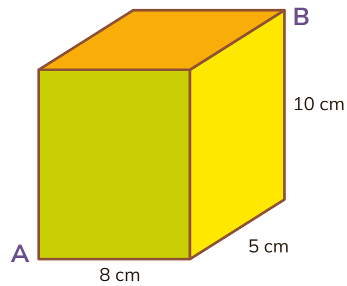


RETO

1. Resuelvo los siguientes problemas.

a) Kevin se encuentra a 4 km al oeste de Alan y Dylan se encuentra a 6 km al sur de Kevin y Víctor se encuentra a 4 km de Dylan. ¿Cuál es la distancia de separación entre Víctor y Alan?

b) Una araña quiere trasladarse desde el vértice A hasta el punto B de la habitación rectangular de la figura. ¿Cuál es la distancia que recorre?



https://n9.cl/73ac5

c) **Determino** la altura de una pared en la que se apoya una escalera de 2,5 m y a una distancia de 0,7 m de esa pared.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

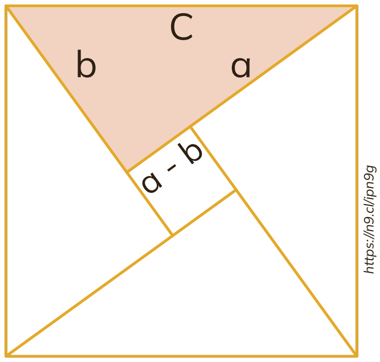
¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Tema 3. Teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas

5. **Analizo** la siguiente imagen y **sigo** los pasos descritos a continuación para demostrar el Teorema de Pitágoras.



Pasos.

a) **Expreso** el área del cuadrado en función del lado c.

b) **Expreso** el área del cuadrado en función de los triángulos de lados a, b y c, y del cuadrado de lado a - b.

c) **Igualo** las expresiones halladas en los literales a y b.

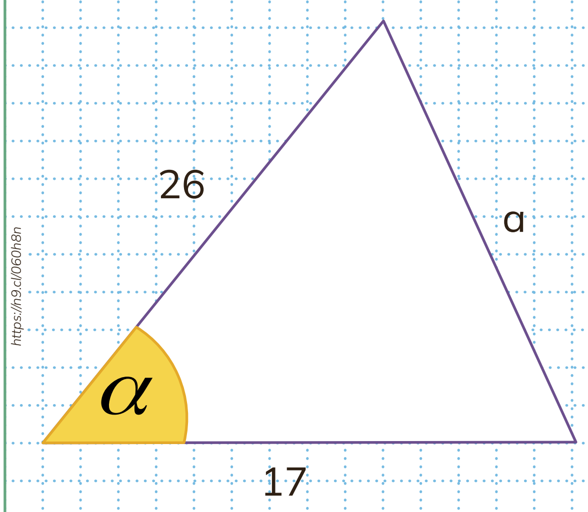
d) **Simplifico** esta igualdad y **obtengo** la fórmula del Teorema de Pitágoras.

e) ¿Por qué el lado del cuadrado pequeño mide a - b?

6. **Resuelvo** los siguientes problemas.

a) El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a $\frac{5}{2}$ del producto de sus catetos. **¿Cuánto mide la cotangente del ángulo mayor?**

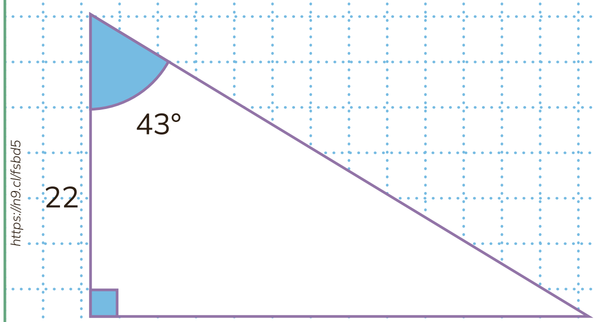
b) En el siguiente triángulo, se conoce que $\boxed{\text{tg } \alpha = 2{,}4}$. **Calculo** la longitud de ■.



¿Sabías qué?

"Pitágoras fue un filósofo y matemático griego (-570 a -490 AC) que estableció su teorema sobre el triángulo rectángulo: en donde la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma cuadrada de sus catetos. Su teorema inspiró a la demostración matemática mediante fórmulas y al nacimiento de los números irracionales. (Mata, 2018)"

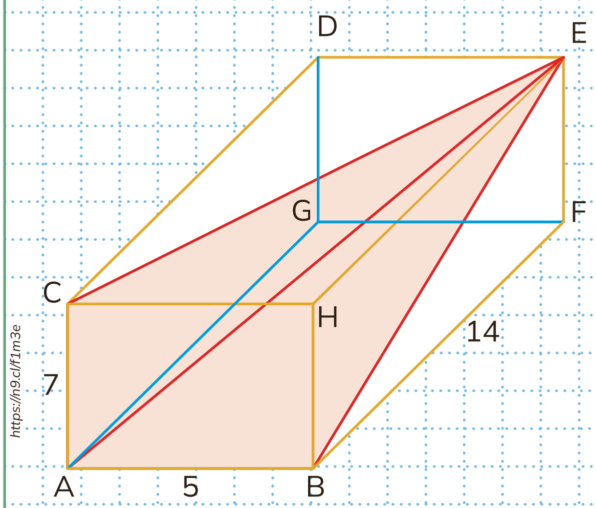
c) André ha heredado un terreno de forma triangular. En los planos del terreno únicamente se puede visualizar un ángulo y un lado del terreno. **¿Cuál es el perímetro y el área del terreno?**



7. Resuelvo los siguientes problemas.

a) Las bases y el desarrollo de las caras de un cubo son cuadrados, si se sabe que el área del cuadrado es de 400 cm^2, **¿cuál es el volumen del cubo?**

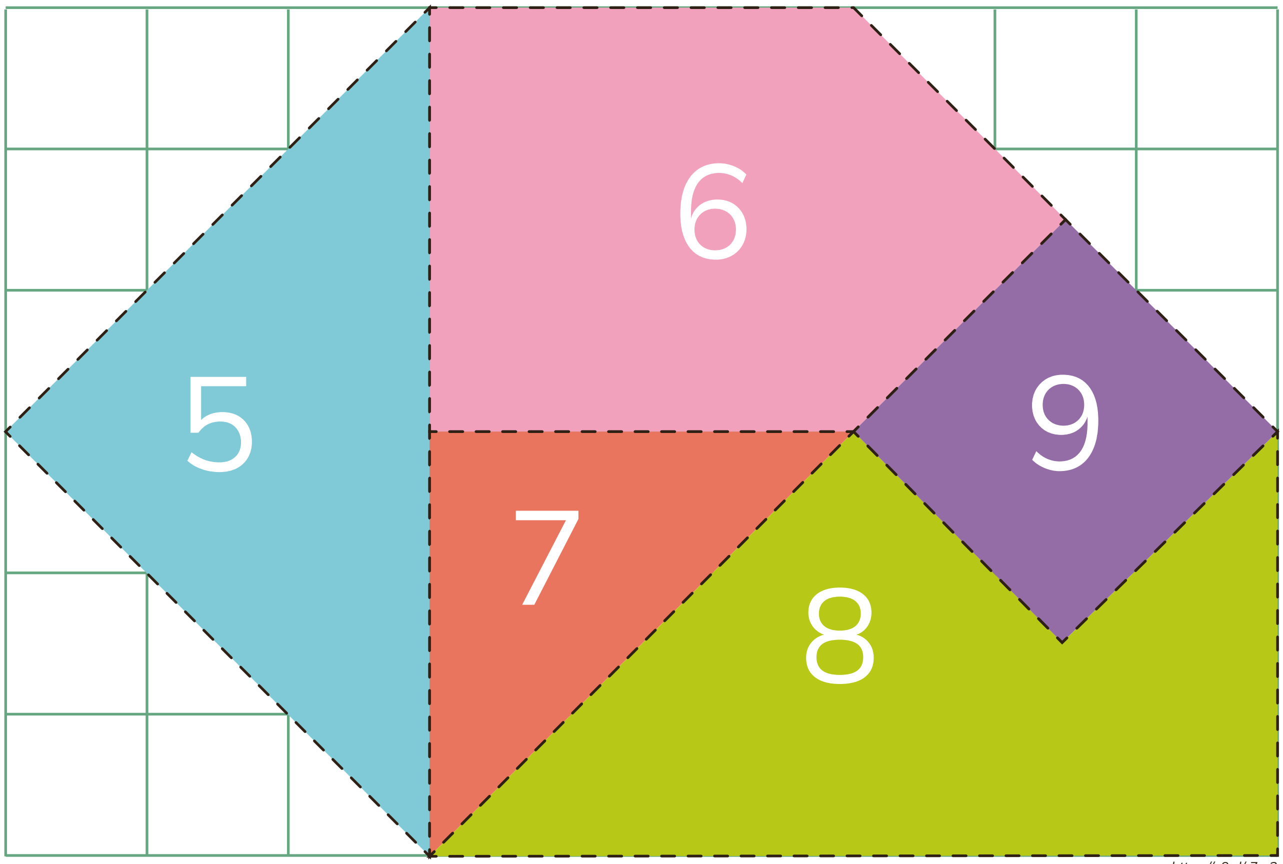
b) **Calculo** el área y el volumen de la pirámide A B C H E, inscrita en el prisma rectangular, como se muestra en la figura.



c) **Calculo** el volumen de una piscina que tiene 50 m de largo y 12 m de ancho. Se conoce que la profundidad varía de 1,5 m a 2,5 m en los primeros 25 m, y de 3 m a 5 m en los siguientes 25 m. ¿Cuál es el volumen de agua necesario para llenar la piscina?

8. Realizo las siguientes actividades.

a) **Recorto** las piezas del siguiente rompecabezas.



https://n9.cl/r7xr2

b) **Construyo** tres cuadrados de diferentes longitudes con las piezas recortadas.

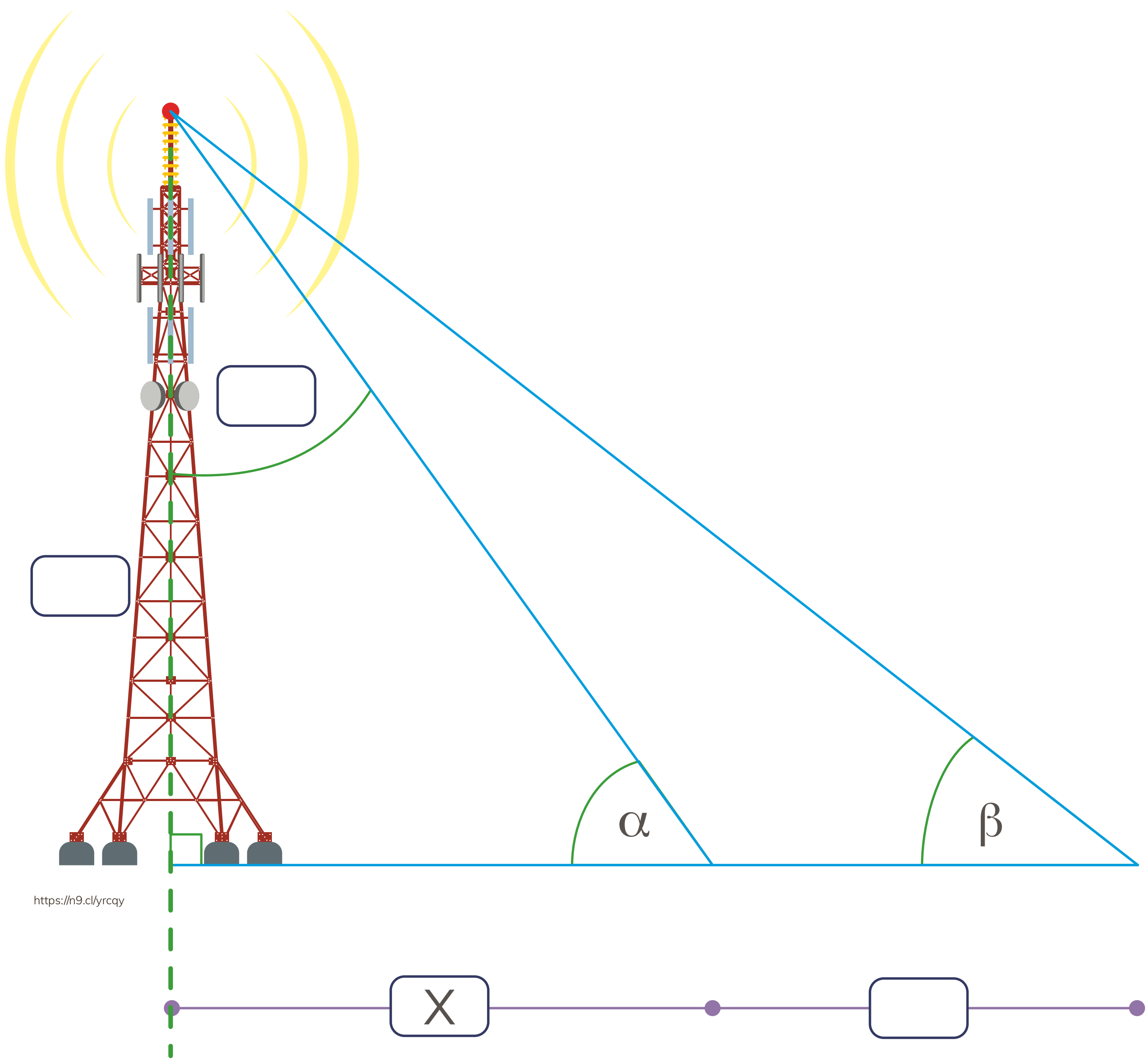
c) **Explico** la siguiente pregunta. ¿Se puede demostrar el Teorema de Pitágoras con estos cuadrados construidos?

d) **Formulo** un problema relacionado al Teorema de Pitágoras que se pueda resolver utilizando este rompecabezas.

8. Analizo y **completo** la resolución del siguiente problema.

Los ángulos de elevación de la cúspide de una torre, vistos desde dos puntos situados en línea recta con el pie de la torre, son de 45° y 30°, respectivamente. Si la distancia entre estos puntos de observación es de 100 m, ¿cuál es la altura de la torre?

a) **Completo** los datos en el siguiente esquema.



b) **Completo** los espacios en blanco y **hallo** el valor de x.

α β .... $= \dfrac{x + 60}{x}$

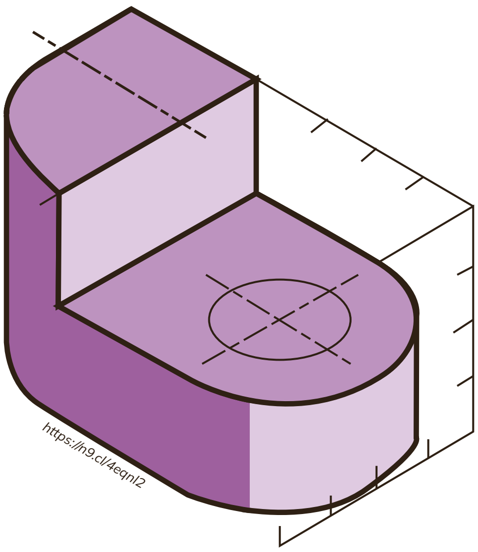
.... $= \dfrac{x + 60}{x}$

RETO

c) **Modifico** dos de los ángulos del problema y **calculo** la nueva distancia.

d) ¿Qué pasa si los ángulos aumentan?

10. **Ubico** las medidas necesarias en el siguiente gráfico y **formulo** dos problemas de áreas y volúmenes que se resuelvan utilizando el gráfico adjunto.



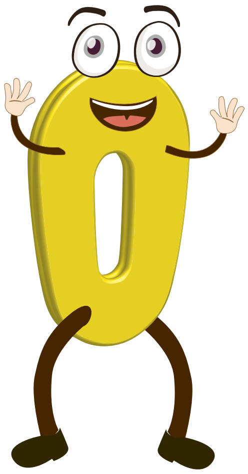
METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?



https://n9.cl/2w770

Los dones del Cero

Ana Awilda Silva

Tomado de https//goo.gl/GLtWw3 (01/03/2018) Ana Awilda Silva. Escritora de cuentos y profesora de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad Interamericana de Puerto Rico. Recinto de Ponce, e integrante del Centro de Recursos para Matemáticas y Ciencias. CRE

Cuentan de un Cero que pensaba que no valía nada: pero un día decidió salir en busca de amigos que le dieran valor. Fue donde el Uno y con un tono de voz muy triste le dijo:

— Uno, tú vales mucho, pero yo no valgo nada. Fíjate, nací en Babilonia, y los árabes decían que soy una cifra vacía, que vengo de la nada y que yo pertenecía al infinito. A veces pienso que soy un fantasma, pues dicen que significo la ausencia por medio de la presencia, o sea, que existo y no existo. Y el uno le dijo:

— ¿Cómo vas a decir eso? Tú vales más de lo que te imaginas. Mira, si te ubicas a la izquierda, podrá ser que no valgas nada, pero si te ubicas a la derecha, juntos tendremos mucho valor. ¡Ya verás!

Se fueron por el camino y se encontraron con otro amigo y este les dijo:

— ¡Hola, señor Diez!

¡El Cero se sorprendió! Y el Uno le dijo:

— Lo ves, yo te lo dije.

El Cero se sintió tan importante que se le ocurrió la idea de que ambos podrían casarse y tener muchos ceritos. Se reprodujeron y formaron el cien (100) y así, sucesivamente, año tras año continuaron añadiendo ceros hasta formar mil (1 000), diez mil (10 000), cien mil (100 000), hasta un millón (1 000 000).

— ¿Te das cuenta? Eres el pobre que le das sentido a la vida de un rico, pues él necesita de ti para llegar a un millón, a un billón y a un trillón.

Y el cero le dijo al uno:

— Oye como se están añadiendo tantos ceros, podemos representarlos así: Fíjate, cuando nos unimos formamos el diez (10). Como se añadió un cero, entonces el exponente es uno, o sea: 10^1. Luego se añadieron dos ceros y el exponente es 2, así que $100 = 10^2$; y así sucesivamente, el exponente representa la cantidad de ceros.

— ¿Cuánto representa 10^3 y 10^4?

— Pues bien. $10^3 = 1\ 000$, y $10^4 = 10\ 000$.

— Mira si somos importantes! Actualmente las computadoras necesitan de nosotros para poder funcionar, pues ellas operan con el sistema binario de uno y cero: 00101001 Nunca subestimes las capacidades que posees. Todos tenemos nuestro valor. ¿Viste cuánto vales?

— Uno, si no fuera por ti, yo no sería nadie.

FTE.E.M.4.7.

Tema 4. Datos agrupados, no agrupados y gráficos

1. Completo la tabla estadística a partir de los siguientes datos.

Se presenta el número de llamadas telefónicas que recibe una empresa de mensajería durante los últimos 20 días.

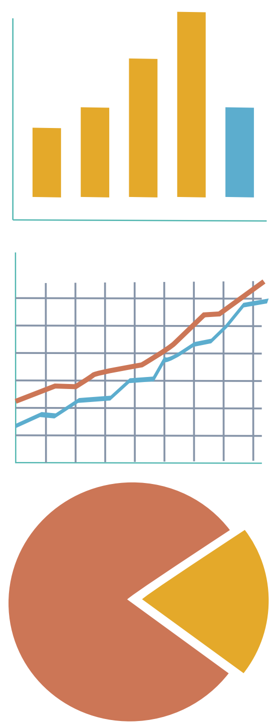
12, 10, 6, 8, 18, 7, 13, 13, 16, 18, 13, 12, 11, 13, 18, 18, 7, 17, 12, 13

x	f	fr	F	Fr
6				
7				
8				

2. Represento los siguientes conjuntos de datos de la manera indicada.

a) **Represento** la información en un diagrama circular de una consulta a 50 estudiantes sobre su futura carrera universitaria, los datos están resumidos en la siguiente tabla.

Facultad	f
Medicina	20
Ingeniería	10
Derecho	15
Educación	5



https://n9.cl/xg8ex

b) **Represento** la información en un histograma de unaconsulta a un grupo de 50 estudiantes sobre sus calificaciones en una lección de Matemática y se ha registrado el resultado en la siguiente tabla.

Calificaciones	f
[0; 2)	9
[2; 4)	8
[4; 6)	6
[6; 8)	15
[8; 10)	12

¿Sabías qué?

"En los intervalos o grupos de datos, es común utilizar los símbolos del paréntesis o el corchete para indicar desde qué número recorre o abarca dicho rango, para el uso de los paréntesis, significa que es próximo pero no exacto al número indicado. Ejemplo: el intervalo "(1;10)", quiere decir que el intervalo recorre desde el 1,1 hasta el 9,9, es decir que es un número mayor a 1 y hasta el número próximo o cercano a 10. Mientras que el uso del corchete recorre el intervalo hasta el número exacto indicado. Ejemplo: El intervalo "[1;10]", quiere decir que el intervalo recorre desde exactamente el 1 hasta el 10."

c) **Realizo** una ojiva con los datos del número de tazas de café que un trabajador ha consumido en los últimos 20 días.

4, 0, 1, 3, 2, 4, 3, 0, 4, 5, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 4, 2, 1, 4

3. **Realizo** las actividades en base a la siguiente tabla de registro de personas, por rango de edad, que asistieron a un centro de salud durante el último mes.

Edad	f
[10; 14)	5
[14; 18)	10
[18; 22)	20
[22; 26)	25
[26; 30)	15
[30; 34)	5

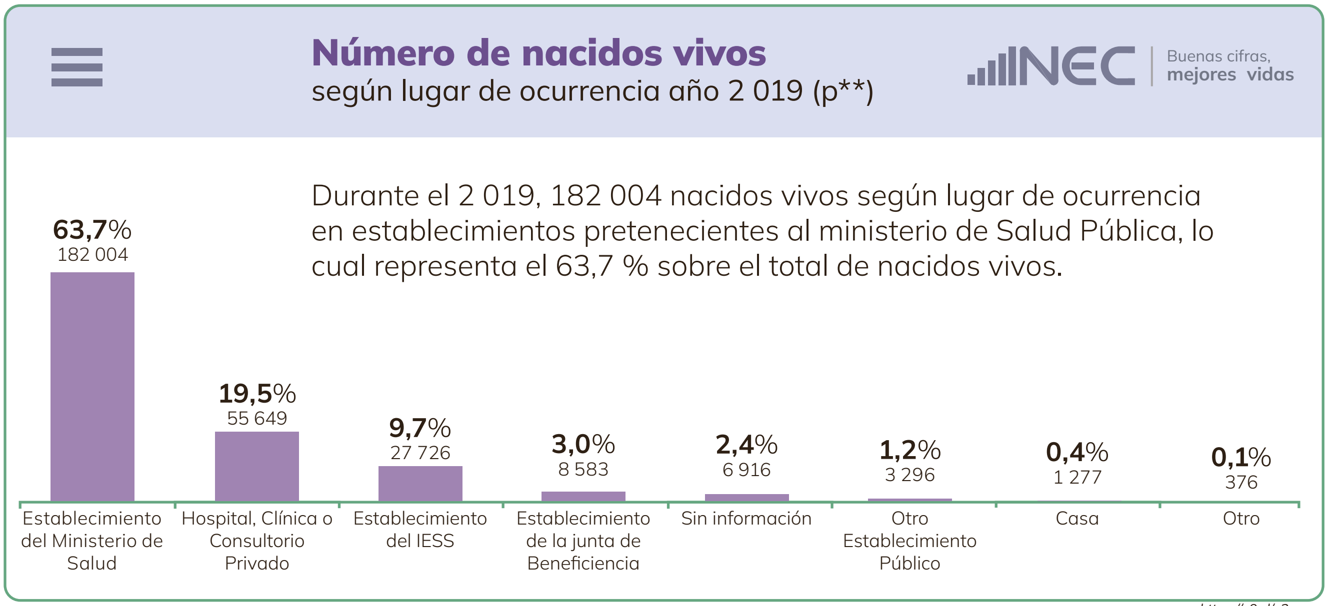
a) **Represento** los datos de la tabla seleccionando el gráfico estadístico más adecuado para este caso, **utilizo** mi cuaderno de trabajo.

b) **Marco** las casillas de Verdadero o Falso según corresponda.

Problema	Verdadero	Falso
Se registran más personas entre 22 y 26 años que personas entre 30 y 34 años.		
El grupo de edad que más personas tiene es de 22 a 26 años.		
Se registran 50 personas mayores de 21 años.		

4. Resuelvo las siguientes actividades.

En el año 2019, el INEC presentó la siguiente gráfica de barras, con respecto a la información del registro del número de nacidos vivos según el lugar de ocurrencia.



https://n9.cl/u2pya

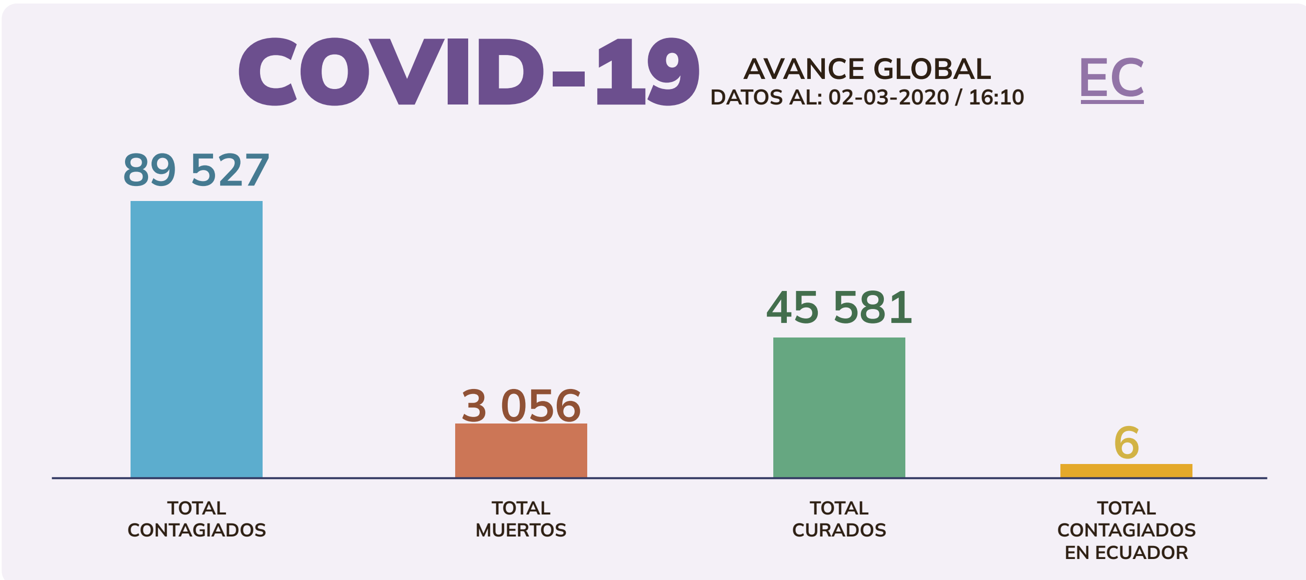
a) **Elaboro** una tabla estadística a partir de los datos de la gráfica anterior, **utilizo** mi cuaderno de trabajo.

RETO

b) **Escribo** tres conclusiones a partir del gráfico realizado.

5. **Leo** atentamente la información adjunta. **Encuentro** y **explico** el error.

El 2 de marzo de 2020, un periódico ha publicado la siguiente gráfica con los datos de contagios por Covid-19 hasta esa fecha.



Fuente datos del gráfico: OMS / Johns Hopkins University / MSP Ecuador. Diario El Comercio. https://n9.cl/d8wos

6. **Respondo** ¿cómo debería ser el gráfico para que la información sea correcta?

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

LECTURA

Potencias

Danny Perich Campana.

Profesor, matemático, escritor y compositor chileno, reconocido por sus aportes a la educación y al desarrollo tecnológico.}

Tomado de https://goo.gl/51NrGk (19/03/2018)

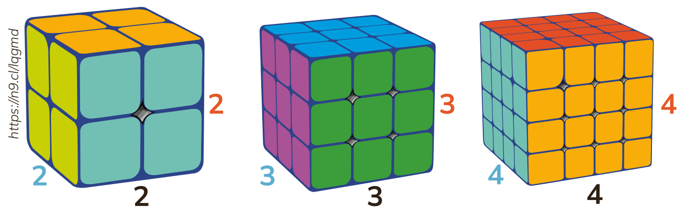
Propiedad, teorema, corolario
en todos los idiomas es igual,
lo mismo ocurre con las potencias
porque es un lenguaje universal.

Para multiplicar potencias de igual base
conservar la base y los exponentes sumar,
así a elevado a cinco por a elevado a siete,
a elevado a doce te resultará.

Donde debes tener especial atención,
pues los signos te pueden complicar,
es en la división de potencias
donde los exponentes se deben restar.

Por lo tanto, si tienes a elevado a siete
dividido por a elevado a menos tres
al restar y multiplicar menos por menos
obtendrás a elevado a diez.

Las potencias de exponente cero valen uno,
pero la base cero hay que descartar.
Cero elevado a cero no está definido,
si estás atento no te equivocarás.



Si una potencia tiene exponente negativo
para resolver la base debes transformar,
la inviertes y por arte de magia
el exponente positivo quedará.

O sea, dos elevado a menos tres:
comienza por la base invertir,
así el dos pasa a ser un medio,
y elevado a tres un octavo debe salir.

Una potencia a potencia es muy fácil
basta con los exponentes multiplicar,
sean estos dos, tres o quinientos
el procedimiento siempre es igual.

En todas las operaciones con potencias
como regla no debes olvidar
que sea base o sea exponente
lo que es igual siempre debes conservar.

Algo por descubrir:

¿Qué te agradó y qué no te agradó de este poema sobre una operación matemática?

FTE.E.M.4.8.

Tema 5. Tipos de variables, medidas de tendencia central y de dispersión

1. Analizo la información del siguiente gráfico y **completo** la tabla adjunta.

La mayoría de la población bebe el agua tal como llega al hogar.

Por cada 100 mujeres existen 95 hombres.

En Pedro Vicente Maldonado el promedio de edad es menor con respecto a la provincia.

La mayor parte de la población es casada.

La mayor parte de la población se considera mestiza.

La tecnología de la información y la comunicación más utilizada por la población es el teléfono celular.

Los cantones Mejía, Pedro Vicente Maldonado y San Miguel de los Bancos, tienen la mayor parte de su población en el área rural.

La población tiene un crecimiento considerable.

La mayoría de la población no aporta o no está afiliada en el seguro social.

https://n9.cl/u1f3a

Variable	Cuantitativa	Cualitativa

a) Las temperaturas en el mes de marzo se registraron en la siguiente tabla.

T (°C)	20,5	20	19,5	19	18,5	18	17,5
N (días)	2	4	3	13	3	4	2

1) La moda de temperaturas es .... y significa que ....

2) La media de temperaturas es .... y significa que ....

3) La mediana de temperaturas es .... y significa que ....

b) **Explico** como la persona que recopiló los datos cometió un error, en lugar de 16°C, registro 20,5°. **Respondo** a la pregunta. ¿Cambian las medidas de tendencia central?

RETO

1. Calculo el rango, la varianza y la desviación estándar de las edades de 25 adolescentes.

12, 13, 14, 11, 12, 11, 14, 12, 14, 12, 11, 14, 11, 11, 12, 14, 14, 12, 13, 14, 13, 13, 14, 11, 12

a) ¿Qué significa el rango?

b) ¿Qué información proporciona la desviación estándar?

¿Sabías qué?

La desviación estándar es una medida de variabilidad, que muestra como los datos se dispersan o desvían de su media aritmética.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

¿Qué he aprendido?

Introducción a probabilidades

3. Determino la probabilidad de los siguientes eventos.

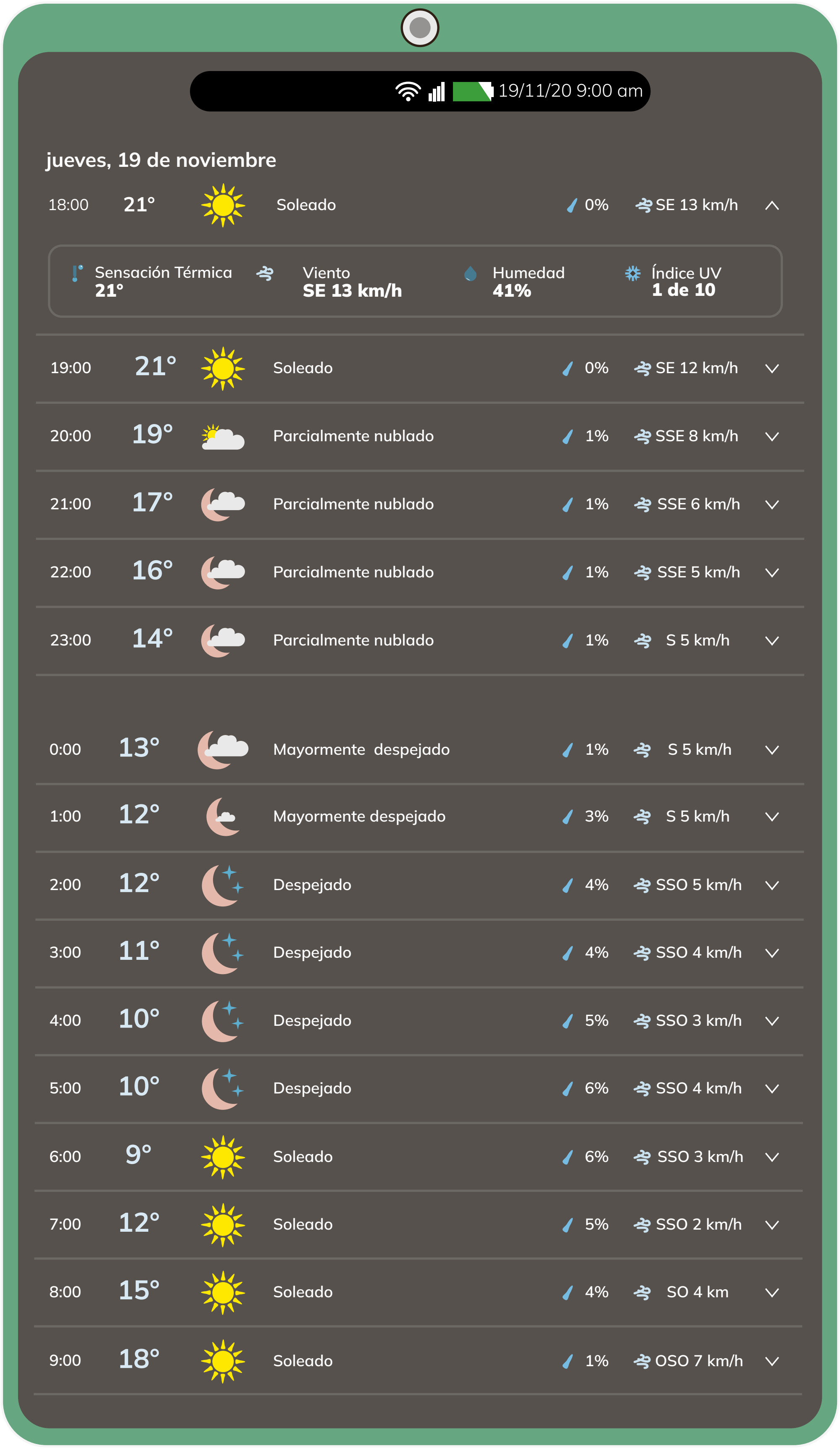
a) **Obtengo** un número impar en el lanzamiento de un dado equilibrado.

b) **Obtengo** dos caras en el lanzamiento simultáneo de tres monedas.

c) **Obtengo** un dos en el lanzamiento de dos dados.

d) **Saco** dos J al tomar dos naipes de un juego de cartas, si **saco** la primera carta y luego la vuelvo a poner en la baraja antes de sacar la otra.

4. Analizo la información presentada y **realizo** las actividades planteadas en mi cuaderno de trabajo. En la siguiente imagen se registra el pronóstico del clima de la ciudad de Zaruma para el día jueves 19 de noviembre de 2020.



https://n9.cl/475xm

¿Sabías qué?

La probabilidad es un evento que puede ocurrir como no puede ocurrir.
Ejemplo: Te levantas en la mañana y antes de salir de casa te preguntas:
¿Hoy día será soleado?, es decir, existen dos eventos posibles: i) El día es soleado y ii) el día no es soleado, por lo tanto, existen dos eventos posibles que pueden ocurrir, pero sólo somos testigos de un evento cuando salimos de casa.

a) **Realizo** un diagrama de barras de las velocidades del viento registradas en cada hora.

b) **Elaboro** un diagrama de caja y bigotes de las temperaturas registradas por cada hora.

c) **Determino** tres conclusiones a partir de la media, moda y mediana de las temperaturas.

5. Resuelvo los siguientes problemas en mi cuaderno de trabajo.

a) Una pareja planifica tener 4 hijos. ¿Cuál es la probabilidad de que entre ellos haya al menos 2 niños?

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 caras y 3 sellos en el lanzamiento de 5 monedas?

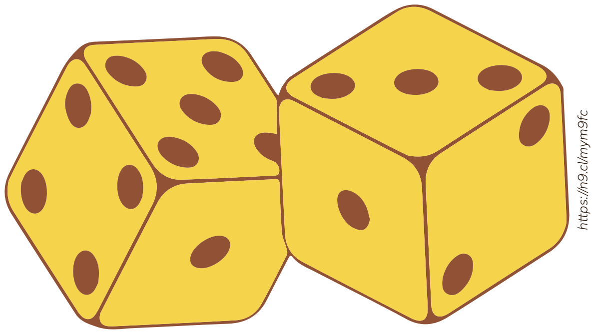
c) Roberto tiene 9 libros en una estantería, 5 de estos libros son de Física y los restantes son de Biología. ¿Cuál es la probabilidad de que los libros de cada asignatura estén juntos en la estantería?

d) Seis maratonistas de élite (1, 2, 3, 4, 5, 6) compiten en la carrera Nuestros Héroes. ¿Cuál es la probabilidad de que “3” llegue antes que “1”?

6. **Realizo** el siguiente estudio estadístico, con las indicaciones dadas a continuación.

a) **Lanzo** dos dados de manera simultánea durante 15 veces, y **registro** los puntajes obtenidos en una tabla de frecuencias.

Puntaje: 8



b) **Completo** la información faltante en el siguiente párrafo.

La variable a estudiar es .... y es de tipo .... (cualitativo / cuantitativo), porque ....

Para este estudio se trabajará con un nivel de medición .... (nominal / ordinal / de intervalo / de razón) debido a que ....

c) **Realizo** el gráfico estadístico que mejor represente la información.

d) **Calculo** las medidas de tendencia central de los puntajes obtenidos en los dados.

x= .... Me = ... Mo = ...

e) **Determino** los cuartiles, varianza y desviación estándar.

Q1 = ... Q2 = ... Q3 = ...

$\sigma 2$ = ... σ= ....

f) **Escribo** tres conclusiones sobre el estudio estadístico a partir de la información desarrollada en los apartados anteriores.

7. **Realizo** el guion de un video para explicar el cálculo de probabilidades. Para ello, **sigo** los pasos mencionados a continuación.

a) **Determino** una situación que pueda ser resuelta con la ayuda de las probabilidades, y **formulo** un problema donde intervengan los métodos de conteo y las leyes de de Morgan.

b) **Resuelvo** el problema y **verifico** mi respuesta.

c) **Redacto** el guion del video. Para ello, **completo** el siguiente párrafo.

¡Hola, queridos matemáticos! El día de hoy veremos cómo se solucionan problemas relacionados a la probabilidad.

¿Sabes qué es la probabilidad?... La probabilidad es la representación numérica de la posibilidad de que ocurra o no un evento determinado.

Para que entiendas mejor de qué se trata vamos a resolver el siguiente problema:

RETO

No te asustes, pues juntos vamos a resolverlo. Presta atención. **Escribo** aquí los pasos para resolver el problema y, junto a cada uno, **explico** la herramienta matemática utilizada.

Como ves, es muy sencillo calcular la probabilidad de eventos. Pero quiero darte algunos consejos para que puedas resolverlos con facilidad.

Ha sido un gusto compartir este tiempo contigo. Espero que te animes a plantear y resolver problemas de probabilidad.

METACOGNICIÓN

¿En qué otras ocasiones puedo usarlo?

¿Para qué me ha servido?

¿Cómo lo he aprendido?

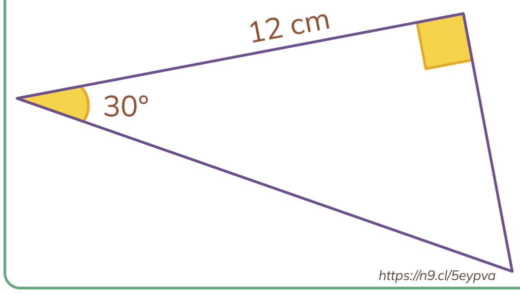
¿Qué he aprendido?

EVALUACIÓN SECCIÓN 4

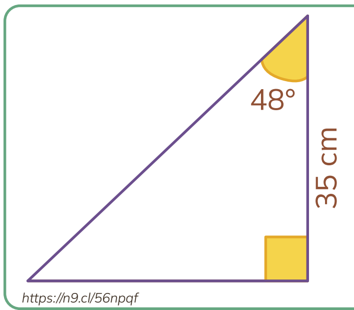
GEOMETRÍA Y ESTADÍSTICA

1. **Hallo** la longitud de un cateto de un triángulo rectángulo si la hipotenusa mide 25 cm y el otro cateto 16 cm.

2. **Resuelvo** el siguiente triángulo.



3. Carlos ha heredado un terreno de forma triangular. En los planos del terreno únicamente se puede visualizar un ángulo y un lado del terreno. ¿Cuál es el perímetro y el área del terreno?



4. El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a $\frac{6}{4}$ del producto de sus catetos. ¿Cuánto mide la cotangente del ángulo mayor?

5. Se presenta el número de entregas de paquetes de una empresa de correos y mensajería durante los últimos 15 días: 14, 12, 9, 10, 8, 11, 12, 12, 14, 13, 10, 11, 12, 9, 14.

a) **Organizo** la información en la tabla.

Entregas	f
(8; 10)	
(10; 12)	
(12; 14)	
Total	

b) **Realizo** una gráfica circular.

6. Las temperaturas en el mes de marzo se registraron en la siguiente tabla.

T (°C)	13	18	21	21	17	21	23
N (Días)	3	2	2	5	2	3	1

a) La Moda es: ....

b) La Media es: ....

c) La Mediana es: ....

7. **Calculo** el rango, la varianza y la desviación estándar de las edades de 15 estudiantes: 15, 14, 14, 13, 16, 16, 14, 14, 12, 15, 12, 14, 14, 15, 14.

8. **Determino** la probabilidad del lanzamiento de una moneda cuyo resultado sea cara.

9. Juan tiene 10 libros en una estantería, 5 de estos libros son de Matemáticas y los restantes son de Historia. ¿Cuál es la probabilidad de que los libros de cada asignatura estén juntos en la estantería?

9. **Analizo** la siguiente información y **completo** la tabla: edad, color de cabello, estatura, salario, muebles de un hogar, tipos de casas, tipos de comidas, color de ropa, peso y calificaciones.

Cualitativa	Cuantitativa

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

ecuador

do

REPÚBLICA
DEL ECUADOR

@MinisterioEducacionEcuador

@Educacion_Ec

www.educacion.gob.ec